

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: ESTRUTURAS

DAVID GUILLERMO ESTECHE PEDROZO

**ESTUDO DE MODELOS PARA PROJETO DE
LAJES LISAS PROTENDIDAS**

FLORIANÓPOLIS

2008

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: ESTRUTURAS

ESTUDO DE MODELOS PARA PROJETO DE LAJES LISAS PROTENDIDAS

Autor:

DAVID GUILLERMO ESTECHE PEDROZO

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador:

Prof. DANIEL DOMINGUES LORIGGIO, Dr

FLORIANÓPOLIS

2008

FOLHA DE APROVAÇÃO

**ESTUDO DE MODELOS PARA PROJETO DE LAJES
LISAS PROTENDIDAS**

DAVID GUILLERMO ESTECHE PEDROZO

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil na área de Estruturas da Universidade Federal de Santa Catarina para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Daniel Domingues Loriggio, Dr.
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – UFSC

Coordenador do Curso: Prof. Glicério Trichês, Dr.
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – UFSC

Banca Examinadora:

Moderador: Prof. Daniel Domingues Loriggio, Dr.
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – UFSC

Membro Interno: Prof^a. Henriette Lebre La Rovere, PhD.
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – UFSC

Membro Interno: Prof. Narbal Ataliba Marcellino, Dr.
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – UFSC

Membro Externo: Prof. Fernando Rebouças Stucchi, Dr.
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – EPUSP

Florianópolis, Junho de 2008

AGRADECIMENTOS

No desenvolvimento deste trabalho houve a colaboração e o empenho de várias pessoas, sem as quais, a minha tarefa tornaria-se muito mais difícil. O mérito do dever cumprido divido nesse momento com as pessoas e entidades que ora me vêm a lembrança e cito:

- A meus pais Vilma e Francisco, meus irmãos e demais membros da minha família que sempre me incentivaram e apoiaram na minha formação profissional;
- Prof. Dr. Daniel Domingues Loriggio, meu orientador, pelo apoio, confiança e repasse de conhecimentos, fundamental para o desenvolvimento deste trabalho;
- Profª. Lenise Grando Goldner, pela amizade e pelo apoio;
- Os professores, funcionários, amigos e colegas da pós-graduação da engenharia civil da UFSC.
- À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela bolsa de estudos concedida por um ano.
- À empresa TQS Informática Ltda. pela oportunidade de conhecer melhor os programas computacionais e pela assistência técnica fornecida.

E a todos que de certa forma contribuíram emocional e tecnicamente para o desenvolvimento deste trabalho.

RESUMO

Neste trabalho foram comparados procedimentos para dimensionamento de lajes lisas protendidas no estado limite de serviço para pavimentos com e sem balanços, comparando os resultados obtidos pelo processo do pórtico equivalente e pelo método dos elementos finitos através do programa computacional SAP 2000.

Os exemplos incluíram o efeito da protensão como carregamento externo equivalente. Nos modelos numéricos foi feito um estudo da influência da modelagem dos apoios nos momentos fletores. A solução adotada foi a utilização de um carregamento equivalente, uniformemente distribuído, na região dos apoios, que forneceram resultados satisfatórios para análise dos pavimentos.

Uma vez definido um modelo que forneceu resultados bons nos apoios, passou-se ao estudo do lançamento dos cabos de protensão no pavimento, utilizando diferentes traçados e concentrações de cabos. Desta maneira, buscou-se analisar o efeito do traçado em planta dos cabos e sua posterior influência na análise dos estados limites.

Através dos estudos realizados ficou claro que o método dos pórticos equivalentes não consegue representar satisfatoriamente o comportamento em serviço da laje. Portanto, para o estudo dos Estados Limites de Serviço é necessário um modelo numérico mais apropriado principalmente na região dos apoios aonde existe elevadas concentrações de tensões.

Palavras-chave: *Projeto de Estruturas, Protensão, Concreto Protendido, Laje Protendida.*

ABSTRACT

This work deals with post-tensioned flat slab design methods. Several examples of flat slabs in building floors, with and without hangers, have been analyzed by using both the equivalent frame and the finite element method. The finite element analyses were performed by means of computer program SAP 2000. A comparison of the results given by the two methods is presented and discussed.

The influence of the finite element in the support region was analyzed using the prestress as external load. After defining a model which provided satisfactory results at the supports, different cable distribution were used for verification of service stresses.

The analysis demonstrated that the equivalent frame method is unable to represent the behavior of slab in service and therefore requires a numerical model more appropriate, especially near the supports where there are high stress concentrations.

Keywords: *Structures design, Prestressed concrete, Slabs floor.*

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DA PROTENSÃO NUMA PISTA DE PRÉ-MOLDADOS.....	25
FIGURA 2 - REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DE UM CABO DE CORDOALHAS ADERENTES EM CORTE LONGITUDINAL – <i>FONTE: RUDLOFF</i>	25
FIGURA 3 - LAJE COM PROTENSÃO ADERENTE. EDIFÍCIO GRAND LOFT - SP. <i>FONTE: RUDLOFF</i>	26
FIGURA 4- REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DE UM CABO DE MONOCORDOALHA ENGRAXADA EM CORTE LONGITUDINAL – <i>FONTE RUDLOFF</i>	27
FIGURA 5 - LAJE COM PROTENSÃO NÃO ADERENTE. EDIFÍCIO IGARATÁ - SP. <i>FONTE RUDLOFF</i>	27
FIGURA 6 - ESQUEMAS ESTRUTURAIS DE LAJES PROTENDIDAS.....	34
FIGURA 7 - EDIFÍCIO RESIDENCIAL EM LAJE LISA MACIÇA E ESTACIONAMENTOS DO PARK SHOPPING BARIGUI EM LAJE NERVURADA PROTENDIDA– CURITIBA – PR	35
FIGURA 8 – FAIXAS PARA DISTRIBUIÇÃO DE MOMENTOS (<i>NBR 6118</i>)	38
FIGURA 9 - <i>DISTRIBUIÇÃO DOS PÓRTICOS</i>	39
FIGURA 10 - DISTRIBUIÇÃO DE MOMENTOS NAS FAIXAS - <i>FONTE: EMERICK (2003)</i>	39
FIGURA 11 - LAJE PLANA DISCRETIZADA EM UMA GRELHA	42
FIGURA 12 - LAJE PLANA DISCRETIZADA EM ELEMENTOS FINITOS	43
FIGURA 13 - ELEMENTOS DE UMA LAJE COM REFINAMENTO NA REGIÃO CENTRAL.....	44
FIGURA 14 - TRAÇADO VERTICAL DOS CABOS.....	47
FIGURA 15 - CÁLCULO DA PROTENSÃO NECESSÁRIA	48
FIGURA 16 - EFEITO DOS CABOS ADICIONAIS	49
FIGURA 17 - TRAÇADO DOS CABOS P/ CARGAS CONCENTRADAS.....	50
FIGURA 18 - CÁLCULO DA CARGA EQUILIBRADA COM A PROTENSÃO – VÃO DA EXTREMIDADE.....	51
FIGURA 19 - CÁLCULO DA CARGA EQUILIBRADA COM A PROTENSÃO - VÃO INTERNO.....	51
FIGURA 20 - CÁLCULO DA CARGA EQUILIBRADA COM A PROTENSÃO - BALANÇOS.....	52
FIGURA 21 – DISTRIBUIÇÃO DOS CABOS EM PLANTA SUGERIDA PELO COMITÊ 423 DO ACI	53
FIGURA 22 - LARGURA RECOMENDÁVEL PARA DISTRIBUIÇÃO DOS CABOS NA REGIÃO DOS PILARES – <i>FONTE: EMERICK</i>	54
FIGURA 23 – EXEMPLO DE TRAÇADO DE UMA VIGA PROTENDIDA COM 3 VÃOS	56
FIGURA 24 – EXEMPLO DE ESQUEMAS DE FORÇA PARA VIGA E CABO	57
FIGURA 25 - ESQUEMA DE FORÇA NO CABO	57
FIGURA 26 - EFEITO HIPERESTÁTICO DE PROTENSÃO APENAS PARA VIGAS	58
FIGURA 27 - ESQUEMAS DE FORÇAS NA VIGA -SEÇÃO S.....	59
FIGURA 28 - SEÇÃO DE CONCRETO PROTENDIDO NO DOMÍNIO III.....	61
FIGURA 30 - TIPOS DE LIGAÇÃO LAJE-PILAR PARA O PUNCIIONAMENTO – <i>FONTE: ALMEIDA (2002)</i>	66
FIGURA 31 - PERÍMETRO CRÍTICO DOS PILARES.....	66
FIGURA 32 - EFEITO FAVORÁVEL DA INCLINAÇÃO DOS CABOS. <i>FONTE: ALMEIDA (2002)</i>	68
FIGURA 33 - EQUILÍBRIO DA SEÇÃO NO ESTÁDIO II – <i>FONTE EMERICK</i>	71
FIGURA 34 - REGIÃO DE ENVOLVIMENTO PROTEGIDA PELA BARRA \square I - <i>FONTE: EMERICK</i>	73
FIGURA 35 - ARMADURA PASSIVA MÍNIMA SOBRE OS PILARES.....	75
FIGURA 36 - ARMADURA DE REFORÇO DA BORDA DA LAJE - <i>FONTE: EMERICK</i>	75
FIGURA 37 - ESQUEMA SIMPLIFICADO DA ARMADURA DE FRETAGEM	76

FIGURA 38 – “LAYOUT” DOS PAVIMENTOS ANALISADOS	77
FIGURA 39 - TRAÇADO VERTICAL DOS CABOS PARA O PAVIMENTO SEM BALANÇO	80
FIGURA 40 - CARGAS BALANCEADAS DEVIDO À PROTENSÃO NO PAVIMENTO SEM BALANÇO	82
FIGURA 41 - FAIXAS INTERNAS E EXTERNAS NO PAVIMENTO	84
FIGURA 42 – MODELAGEM DO PÓRTICO SEM BALANÇO	85
FIGURA 43 - DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES (<i>FAIXA INTERNA</i>) PARA O ATO DA PROTENSÃO, OBTIDOS PELO PROCESSO DO PÓRTICO EQUIVALENTE PARA O PAVIMENTO SEM BALANÇO	85
FIGURA 44 - DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES (<i>FAIXA EXTERNA</i>) PARA O ATO DA PROTENSÃO, OBTIDOS PELO PROCESSO DO PÓRTICO EQUIVALENTE PARA O PAVIMENTO SEM BALANÇO	86
FIGURA 45 - DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES (<i>FAIXA INTERNA</i>) PARA A LAJE EM SERVIÇO, OBTIDOS PELO PROCESSO DO PÓRTICO EQUIVALENTE PARA O PAVIMENTO SEM BALANÇO	86
FIGURA 46 - DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES (<i>FAIXA EXTERNA</i>) PARA A LAJE EM SERVIÇO, OBTIDOS PELO PROCESSO DO PÓRTICO EQUIVALENTE PARA O PAVIMENTO SEM BALANÇO	87
FIGURA 47 - DISTRIBUIÇÃO DE MOMENTOS NO PAVIMENTO	88
FIGURA 48 - DISTRIBUIÇÃO ESQUEMÁTICA DE MOMENTOS PARA O PAVIMENTO SEM PROTENSÃO	89
FIGURA 49 - DISTRIBUIÇÃO ESQUEMÁTICA DE MOMENTOS PARA O ATO DA PROTENSÃO	90
FIGURA 50 - DISTRIBUIÇÃO ESQUEMÁTICA DE MOMENTOS PARA O ESTADO EM SERVIÇO	90
FIGURA 51 - DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES PARA AS COMBINAÇÕES DO PÓRTICO INTERNO SEM BALANÇO	91
FIGURA 52 - DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES PARA AS COMBINAÇÕES DO PÓRTICO EXTERNO SEM BALANÇO	91
FIGURA 53 - TRAÇADO VERTICAL DOS CABOS PARA O PAVIMENTO COM BALANÇO	92
FIGURA 54 - CARGAS BALANCEADAS DEVIDO À PROTENSÃO NO PAVIMENTO COM BALANÇO	94
FIGURA 55 - MODELAGEM DO PÓRTICO COM BALANÇO	97
FIGURA 56 - DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES (<i>FAIXA INTERNA</i>) PARA O ATO DA PROTENSÃO, OBTIDOS PELO PROCESSO DO PÓRTICO EQUIVALENTE PARA O PAVIMENTO COM BALANÇO	97
FIGURA 57 - DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES (<i>FAIXA EXTERNA</i>) PARA O ATO DA PROTENSÃO, OBTIDOS PELO PROCESSO DO PÓRTICO EQUIVALENTE PARA O PAVIMENTO COM BALANÇO	98
FIGURA 58 - DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES (<i>FAIXA INTERNA</i>) PARA A LAJE EM SERVIÇO, OBTIDOS PELO PROCESSO DO PÓRTICO EQUIVALENTE PARA O PAVIMENTO COM BALANÇO	98
FIGURA 59 - DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES (<i>FAIXA EXTERNA</i>) PARA A LAJE EM SERVIÇO, OBTIDOS PELO PROCESSO DO PÓRTICO EQUIVALENTE PARA O PAVIMENTO COM BALANÇO	99
FIGURA 60 - DISTRIBUIÇÃO ESQUEMÁTICA DE MOMENTOS PARA O PAVIMENTO COM BALANÇO E SEM PROTENSÃO	100
FIGURA 61 - DISTRIBUIÇÃO ESQUEMÁTICA DE MOMENTOS PARA O PAVIMENTO COM BALANÇO NO ATO DA PROTENSÃO	101
FIGURA 62 - DISTRIBUIÇÃO ESQUEMÁTICA DE MOMENTOS PARA A SITUAÇÃO EM SERVIÇO	101
FIGURA 63 - DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES PARA AS COMBINAÇÕES DO PÓRTICO INTERNO COM BALANÇO	102
FIGURA 64 - DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES PARA AS COMBINAÇÕES DO PÓRTICO EXTERNO COM BALANÇO	102
FIGURA 65 - LAYOUT DOS PAVIMENTOS MODELADOS NO SAP 2000	103
FIGURA 66 - PERSPECTIVA DO PAVIMENTO SEM BALANÇO MODELADO NO SAP 2000	103
FIGURA 67 - PERSPECTIVA DO PAVIMENTO COM BALANÇO MODELADO NO SAP 2000	104
FIGURA 68 - PERSPECTIVA DO MODELO 1, NO SAP 2000	104
FIGURA 69 - PERSPECTIVA DO MODELO 2, NO SAP 2000	105
FIGURA 70 - PERSPECTIVA DO MODELO 3, NO SAP 2000	105
FIGURA 71 - PERSPECTIVA DO MODELO 3, NO SAP 2000	106
FIGURA 72 - CORTES OU SEÇÕES NO PAVIMENTO	107

FIGURA 73 - DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES NA SEÇÃO A-A PARA OS MODELOS ANALISADOS	107
FIGURA 74 - DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES NA SEÇÃO E-E PARA OS MODELOS ANALISADOS	108
FIGURA 75 - DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES NA SEÇÃO C-C PARA OS MODELOS ANALISADOS.....	108
FIGURA 76 - AMPLIAÇÃO DO DIAGRAMA DE MOMENTOS NA REGIÃO DO APOIO DA EXTREMA	109
FIGURA 77 - AMPLIAÇÃO DO DIAGRAMA DE MOMENTOS NA REGIÃO DO APOIO INTERNO.....	109
FIGURA 78 - DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES NA SEÇÃO G-G PARA OS MODELOS ANALISADOS	110
FIGURA 79 - PÓRTICO EQUIVALENTE X MODELO NUMÉRICO - PAVIMENTO SEM BALANÇO E COM VIGAS - SEÇÃO A-A ...	110
FIGURA 80 - PÓRTICO EQUIVALENTE X MODELO NUMÉRICO - PAVIMENTO SEM BALANÇO E SEM VIGAS - SEÇÃO A-A	111
FIGURA 81 - PÓRTICO EQUIVALENTE X MODELO NUMÉRICO - PAVIMENTO SEM BALANÇO E COM VIGAS - SEÇÃO E-E	112
FIGURA 82 - PÓRTICO EQUIVALENTE X MODELO NUMÉRICO - PAVIMENTO SEM BALANÇO E SEM VIGAS - SEÇÃO E-E.....	112
FIGURA 83 - PÓRTICO EQUIVALENTE X MODELO NUMÉRICO - PAVIMENTO SEM BALANÇO E COM VIGAS - SEÇÃO C-C.....	112
FIGURA 84 - PÓRTICO EQUIVALENTE X MODELO NUMÉRICO - PAVIMENTO SEM BALANÇO E SEM VIGAS - SEÇÃO C-C	113
FIGURA 85 - PÓRTICO EQUIVALENTE X MODELO NUMÉRICO - PAVIMENTO SEM BALANÇO - SEÇÃO G-G	113
FIGURA 86 - PÓRTICO EQUIVALENTE X MODELO NUMÉRICO - PAVIMENTO COM BALANÇO - SEÇÃO A-A.....	114
FIGURA 87 - PÓRTICO EQUIVALENTE X MODELO NUMÉRICO - PAVIMENTO COM BALANÇO - SEÇÃO E-E.....	114
FIGURA 88 - PÓRTICO EQUIVALENTE X MODELO NUMÉRICO - PAVIMENTO COM BALANÇO - SEÇÃO C-C	115
FIGURA 89 - PÓRTICO EQUIVALENTE X MODELO NUMÉRICO - PAVIMENTO COM BALANÇO - SEÇÃO G-G.....	115
FIGURA 90 - ALTERNATIVA DE TRAÇADO 1 DOS CABOS NO PAVIMENTO SEM BALANÇO.....	116
FIGURA 91 - ALTERNATIVA DE TRAÇADO 2 DOS CABOS NO PAVIMENTO SEM BALANÇO.....	117
FIGURA 92 - ALTERNATIVA DE TRAÇADO 3 DOS CABOS NO PAVIMENTO SEM BALANÇO.....	117
FIGURA 93 - ALTERNATIVA DE TRAÇADO 4 DOS CABOS NO PAVIMENTO SEM BALANÇO.....	118
FIGURA 94 - EXEMPLO DOS CARREGAMENTOS EQUIVALENTES DE PROTENSÃO APLICADOS AO PAVIMENTO	118
FIGURA 95 - MOMENTOS NO ATO DA PROTENSÃO DOS TRAÇADOS PARA A SEÇÃO A-A DO PAVIMENTO SEM BALANÇO E COM VIGAS	119
FIGURA 96 - MOMENTOS NO ATO DA PROTENSÃO DOS TRAÇADOS PARA A SEÇÃO A-A DO PAVIMENTO SEM BALANÇO E SEM VIGAS	119
FIGURA 97 - MOMENTOS EM SERVIÇO DOS TRAÇADOS DE CABOS PARA A SEÇÃO A-A DO PAVIMENTO SEM BALANÇO E COM VIGAS	120
FIGURA 98 - MOMENTOS EM SERVIÇO DOS TRAÇADOS DE CABOS PARA A SEÇÃO A-A DO PAVIMENTO SEM BALANÇO E SEM VIGAS	120
FIGURA 99 - MOMENTOS NO ATO DA PROTENSÃO DOS TRAÇADOS PARA A SEÇÃO E-E DO PAVIMENTO SEM BALANÇO E COM VIGAS	121
FIGURA 100 - MOMENTOS NO ATO DA PROTENSÃO DOS TRAÇADOS PARA A SEÇÃO E-E DO PAVIMENTO SEM BALANÇO E SEM VIGAS.....	121
FIGURA 101 - MOMENTOS EM SERVIÇO DOS TRAÇADOS PARA A SEÇÃO E-E DO PAVIMENTO SEM BALANÇO E COM VIGAS	122
FIGURA 102 - MOMENTOS EM SERVIÇO DOS TRAÇADOS PARA A SEÇÃO E-E DO PAVIMENTO SEM BALANÇO E SEM VIGAS	122
FIGURA 103 - MOMENTOS NO ATO DA PROTENSÃO DOS TRAÇADOS PARA A SEÇÃO C-C DO PAVIMENTO SEM BALANÇO E COM VIGAS	123
FIGURA 104 - MOMENTOS NO ATO DA PROTENSÃO DOS TRAÇADOS PARA A SEÇÃO C-C DO PAVIMENTO SEM BALANÇO E SEM VIGAS.....	123
FIGURA 105 - MOMENTOS EM SERVIÇO DOS TRAÇADOS DE CABOS PARA A SEÇÃO C-C DO PAVIMENTO SEM BALANÇO E COM VIGAS	124

FIGURA 106 - MOMENTOS EM SERVIÇO DOS TRAÇADOS DE CABOS PARA A SEÇÃO C-C DO PAVIMENTO SEM BALANÇO E SEM VIGAS.....	124
FIGURA 107 - MOMENTOS NO ATO DA PROTENSÃO DOS TRAÇADOS PARA A SEÇÃO G-G DO PAVIMENTO SEM BALANÇO E COM VIGAS	124
FIGURA 108 - MOMENTOS NO ATO DA PROTENSÃO DOS TRAÇADOS PARA A SEÇÃO G-G DO PAVIMENTO SEM BALANÇO E SEM VIGAS	125
FIGURA 109 - MOMENTOS EM SERVIÇO DOS TRAÇADOS PARA A SEÇÃO G-G DO PAVIMENTO SEM BALANÇO E COM VIGA	125
FIGURA 110 - MOMENTOS EM SERVIÇO DOS TRAÇADOS PARA A SEÇÃO G-G DO PAVIMENTO SEM BALANÇO E SEM VIGA	125
FIGURA 111 - ALTERNATIVA DE TRAÇADO 1 DOS CABOS NO PAVIMENTO COM BALANÇO	126
FIGURA 112 - ALTERNATIVA DE TRAÇADO 2 DOS CABOS NO PAVIMENTO COM BALANÇO	126
FIGURA 113 - ALTERNATIVA DE TRAÇADO 3 DOS CABOS NO PAVIMENTO COM BALANÇO	127
FIGURA 114 - ALTERNATIVA DE TRAÇADO 4 DOS CABOS NO PAVIMENTO COM BALANÇO	127
FIGURA 115 - MOMENTOS NO ATO DA PROTENSÃO DOS TRAÇADOS PARA A SEÇÃO A-A DO PAVIMENTO COM BALANÇO.	128
FIGURA 116 - MOMENTOS EM SERVIÇO DOS TRAÇADOS PARA A SEÇÃO A-A DO PAVIMENTO COM BALANÇO	128
FIGURA 117 - MOMENTOS NO ATO DA PROTENSÃO DOS TRAÇADOS PARA A SEÇÃO E-E DO PAVIMENTO COM BALANÇO .	129
FIGURA 118 - MOMENTOS EM SERVIÇO DOS TRAÇADOS PARA A SEÇÃO E-E DO PAVIMENTO COM BALANÇO	129
FIGURA 119 - MOMENTOS NO ATO DA PROTENSÃO DOS TRAÇADOS PARA A SEÇÃO C-C DO PAVIMENTO COM BALANÇO .	130
FIGURA 120 - MOMENTOS EM SERVIÇO DOS TRAÇADOS PARA A SEÇÃO C-C DO PAVIMENTO COM BALANÇO.....	130
FIGURA 121 - MOMENTOS NO ATO DA PROTENSÃO DOS TRAÇADOS PARA A SEÇÃO G-G DO PAVIMENTO COM BALANÇO.	131
FIGURA 122 - MOMENTOS EM SERVIÇO DOS TRAÇADOS PARA A SEÇÃO G-G DO PAVIMENTO COM BALANÇO	131
FIGURA 123 - MIOLO PADRÃO NO PAVIMENTO.....	132
FIGURA 124 - MODELO DO MIOLO PADRÃO.....	132
FIGURA 125 - CONVENÇÃO DE MOMENTOS NO SAP 2000	133
FIGURA 126 - MOMENTOS M11 PARA A SEÇÃO A-A DO MIOLO PADRÃO.....	133
FIGURA 127 - MOMENTOS M22 PARA A SEÇÃO A-A DO MIOLO PADRÃO.....	133
FIGURA 128 - MOMENTOS M11 PARA A SEÇÃO C-C DO MIOLO PADRÃO	134
FIGURA 129 - MOMENTOS M22 PARA A SEÇÃO C-C DO MIOLO PADRÃO	134
FIGURA 130 - MOMENTOS NO ATO DA PROTENSÃO PARA O PÓRTICO SEM BALANÇO	135
FIGURA 131 - MOMENTOS EM SERVIÇO PARA O PÓRTICO SEM BALANÇO.....	136
FIGURA 132 - MOMENTOS NO ATO DA PROTENSÃO PARA O PÓRTICO COM BALANÇO	136
FIGURA 133 - MOMENTOS EM SERVIÇO PARA O PÓRTICO COM BALANÇO	137
FIGURA 134 - MOMENTOS AMPLIADOS NA REGIÃO DOS APOIOS.....	137
FIGURA 135 - MOMENTOS FLETORES PARA UMA SEÇÃO ENTRE PILARES	138
FIGURA 136 - MOMENTOS FLETORES PARA UMA SEÇÃO SOBRE PILARES	138
FIGURA 137 - MOMENTOS FLETORES PARA AS ALTERNATIVAS DE TRAÇADO DOS CABOS	138

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - CARACTERÍSTICAS DAS CORDOALHAS DE AÇO CP 190 PARA PROTENSÃO ADERENTE – *FONTE:*

RUDLOFF 26

TABELA 2 - CARACTERÍSTICAS DAS CORDOALHAS DE AÇO CP 190 PARA PROTENSÃO NÃO ADERENTE –

FONTE: RUDLOFF 28

TABELA 3 - EXIGÊNCIAS DE DURABILIDADE RELACIONADAS À FISSURAÇÃO E À PROTEÇÃO DA ARMADURA,

EM FUNÇÃO DAS CLASSES DE AGRESSIVIDADE AMBIENTAL 30

TABELA 4 – RELAÇÃO VÃO/ESPESURA USUAL PARA SEÇÕES TÍPICAS DE LAJES PROTENDIDAS – RELATÓRIO

TÉCNICO Nº43 [2002]..... 36

TABELA 5 - CORRESPONDÊNCIA ENTRE CLASSE DE AGRESSIVIDADE E QUALIDADE DO CONCRETO 46

TABELA 6 - CORRESPONDÊNCIA ENTRE CLASSE DE AGRESSIVIDADE AMBIENTAL E COBRIMENTO NOMINAL

PARA $\Delta c = 10\text{mm}$ – *FONTE: NBR 6118* 47

TABELA 7 - ESPAÇAMENTOS MÍNIMOS ENTRE BAINHAS - CASO DE PÓS-TRAÇÃO – *FONTE: NBR 6118* 55

TABELA 8 - ESPAÇAMENTOS MÍNIMOS ENTRE BAINHAS - CASO DE PRÉ-TRAÇÃO - *FONTE: NBR 6118* 56

TABELA 10 - VALORES MÍNIMOS PARA ARMADURAS PASSIVAS ADERENTES. *FONTE: NBR 6118* 74

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

ABNT	: Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	: American Concrete Institute
ARI	: Alta Resistência Inicial
ASCE	: American Society of Civil Engineers
CA	: Concreto Armado
CAA	: Classe de Agressividade Ambiental
CEB	: Comité Euro-Internacional du Béton
CP	: Concreto Protendido
DIN	: Deutsche Industrie Norme
ELS	: Estado Limite de Serviço
ELS-D	: Estado Limite de Descompressão
ELS-F	: Estado Limite de Formação de Fissuras
ELS-W	: Estado Limite de Abertura de Fissuras
ELU	: Estado Limite Último
FIP	: Federation Internationale de la Precontrainte
LN	: Linha Neutra
MPa	: Megapascal
NBR	: Norma Brasileira
PEAD	: Polietileno de Alta Densidade
PTI	: Post Tensioning Institute
RB	: Relaxação Baixa
RN	: Relaxação Normal
SAP 2000	: Structural Analysis Program, versão do ano 1997

LISTA DE SÍMBOLOS

A_c	: área da seção transversal do concreto
A_p	: área da seção transversal da armadura ativa
A_s	: área da seção transversal da armadura passiva
d_p	: distância do CG da armadura ativa à fibra mais comprimida da seção
d_s	: distância do CG da armadura passiva à fibra mais comprimida da seção
E_{ci}	: módulo de elasticidade ou módulo de deformação tangente inicial do concreto
E_{cs}	: módulo de elasticidade ou módulo de deformação secante do concreto
E_p	: módulo de elasticidade do aço de armadura ativa
E_s	: módulo de elasticidade do aço de armadura passiva
e_p	: excentricidade do cabo resultante em relação ao baricentro da seção do concreto
F_{Hip}	: efeito hiperestático da protensão
f_c	: resistência à compressão do concreto
f_{cd}	: resistência de cálculo à compressão do concreto
f_{cj}	: resistência à compressão do concreto aos “j” dias
f_{ck}	: resistência característica à compressão do concreto, na idade de 28 dias
f_{ckj}	: resistência característica à compressão do concreto, na idade “j” dias
f_{cm}	: resistência média à compressão do concreto
f_{ct}	: resistência do concreto à tração direta
f_{ctm}	: resistência média à tração do concreto
f_{yk}	: resistência característica ao escoamento do aço de armadura passiva
f_{yd}	: resistência de cálculo ao escoamento do aço de armadura passiva
f_{pyk}	: resistência característica ao escoamento do aço de armadura ativa
f_{pyd}	: resistência de cálculo ao escoamento do aço de armadura ativa
f_{ptk}	: resistência característica à tração do aço de armadura ativa
f_{ptd}	: resistência de cálculo à tração do aço de armadura ativa
I_c	: momento central de inércia na seção do concreto
k_p	: grau de protensão
M_{11}	: momento fletor na direção “x” do pavimento

M_{22}	: momento fletor na direção “y” do pavimento
M_d	: momento de cálculo da seção
M_g	: momento devido às ações permanentes
M_q	: momento devido às ações acidentais
M_{rd}	: momento fletor resistente de cálculo
M_{Bal}	: momento balanceado com a protensão
M_i	: momento fletor distribuído ortogonalmente à seção analisada
M_{apoio}	: momento fletor em cima do apoio
$M_{vão}$: momento fletor no vão entre apoios
M_{Hip}	: momento hiperestático de protensão
M_{iso}	: momento isostático de protensão
P_i	: força de protensão aplicado pelo equipamento de protensão
P_o	: força de protensão no cabo, após a ocorrência das perdas imediatas.
P_{∞}	: força de protensão no cabo, após a ocorrência das perdas imediatas e progressivas.
q_{Bi}	: carregamento equivalente da protensão após a ocorrência das perdas imediatas
q_{Bf}	: carregamento equivalente da protensão após a ocorrência de todas as perdas
R_{cc}	: força resultante de compressão do concreto
R_{st}	: força resultante de tração da armadura passiva
R_{pt}	: força resultante de tração da armadura ativa
W	: módulo de resistência elástico da seção transversal
w_k	: abertura de fissura
x	: distância da linha neutra à fibra mais comprimida da seção transversal da peça
y	: altura do diagrama retangular de tensões de compressão do concreto
z_1	: braço de alavanca entre as resultantes do concreto e da armadura ativa
z_2	: braço de alavanca entre as resultantes da armadura ativa e da armadura passiva
α, β, λ	: coeficientes auxiliares para o traçado vertical do cabo
γ_s	: coeficiente de ponderação do aço
γ_c	: coeficiente de ponderação do concreto
γ_f	: coeficiente de ponderação para as ações permanentes
γ_q	: coeficiente de ponderação para as ações variáveis diretas

ε_c	: deformação específica do concreto
ε_p	: deformação específica da armadura ativa
ε_s	: deformação específica do aço da armadura passiva
ε_u	: deformação específica do aço na ruptura
ε_y	: deformação específica de escoamento do aço
ε_{pi}	: pré-alongamento da armadura ativa
ε_{sp}	: parcela de deformação na armadura ativa igual à do concreto armado
ε_{pyd}	: deformação de escoamento da armadura ativa para cálculo
ε_{pn}	: alongamento necessário para neutralizar tensões de compressão no concreto
ψ	: coeficiente de correção das tensões de compressão
ψ_0	: fator de redução de combinação para ELU
ψ_1	: fator de redução de combinação freqüente para ELS
ψ_2	: fator de redução de combinação quase permanente para ELS
ρ_s	: taxa geométrica da armadura passiva
ρ_p	: taxa geométrica da armadura ativa
σ_c	: tensão à compressão no concreto
σ_p	: tensão no aço de protensão
σ_s	: tensão normal no aço de armadura passiva
σ_t	: tensão à tração no concreto
σ_{pi}	: tensão na armadura ativa no ato da protensão
σ_{pu}	: tensão última para a armadura ativa
$\sigma_{p,\infty}$: tensão na armadura ativa, depois de ocorridas todas as perdas de protensão
σ_{pd}	: tensão de tração de cálculo na armadura ativa
σ_{sd}	: tensão de tração de cálculo na armadura passiva
σ_{cd}	: tensão à compressão de cálculo no concreto
σ_{cpn}	: tensão adicional do cabo para eliminar as tensões de compressão no concreto
τ_u	: tensão de cisalhamento último
τ_d	: tensão de cisalhamento de cálculo

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	17
2	OBJETIVOS	21
2.1	GERAL	21
2.2	ESPECÍFICOS.....	21
3	JUSTIFICATIVA	22
4	PANORAMA GERAL DAS LAJES PROTENDIDAS	24
4.1	NORMATIZAÇÃO	24
4.2	SISTEMAS E TIPOS DE LAJES PROTENDIDAS	24
4.2.1	<i>Sistemas de protensão</i>	<i>25</i>
4.2.1.1	Protensão com aderência inicial	25
4.2.1.2	Protensão com aderência posterior.....	25
4.2.1.3	<i>Protensão sem aderência</i>	<i>26</i>
4.2.1.4	Aspectos referentes à aderência.....	28
4.2.2	<i>Tipos de protensão</i>	<i>30</i>
4.2.2.1	<i>Protensão completa ou total.....</i>	<i>30</i>
4.2.2.2	<i>Protensão limitada</i>	<i>31</i>
4.2.2.3	<i>Protensão parcial.....</i>	<i>31</i>
4.2.3	<i>Grau de Protensão</i>	<i>32</i>
5	A CONCEPÇÃO DO PROJETO ESTRUTURAL	33
5.1	ESQUEMAS ESTRUTURAIS.....	33
5.2	PROJETO DE LAJES LISAS PROTENDIDAS.....	37
5.2.1	<i>Cálculo de lajes lisas e cogumelo pelo Processo do Pórtico Equivalente</i>	<i>37</i>
5.2.2	<i>Cálculo de lajes lisas e cogumelo pela Analogia de Grelha</i>	<i>40</i>
5.2.3	<i>Cálculo de lajes lisas e cogumelo pelo Método dos Elementos Finitos</i>	<i>42</i>
5.3	CRITÉRIOS DE PROJETO	45
5.3.1	<i>Distribuição dos pilares e escolha da laje em função do vão</i>	<i>45</i>
5.3.2	<i>Fixação das características dos materiais a serem empregados</i>	<i>46</i>
5.3.3	<i>Determinação da carga a ser equilibrada</i>	<i>46</i>
5.3.4	<i>Traçado vertical dos cabos de protensão.....</i>	<i>47</i>
5.3.5	<i>Determinação da força de protensão</i>	<i>48</i>
5.3.6	<i>Cálculo da quantidade de cabos</i>	<i>53</i>
5.3.7	<i>Distribuição dos cabos em planta</i>	<i>53</i>
5.3.8	<i>Cálculo dos momentos isostáticos e hiperestáticos de protensão</i>	<i>56</i>
5.3.8.1	Efeito Isostático de Protensão	56
5.3.8.2	Efeito Hiperestático de Protensão.....	58
5.3.8.3	<i>Momento balanceado</i>	<i>59</i>
5.3.9	<i>Verificação do estado limite último (ELU)</i>	<i>60</i>
5.3.9.1	Verificação do ELU para o tempo infinito com Armadura de Protensão Aderente.....	60

5.3.9.2	Verificação do ELU para o tempo infinito com Armadura de Protensão Não Aderente	64
5.3.9.3	Verificação do ELU no Ato da Protensão	65
5.3.9.4	Verificação do ELU ao Puncionamento	66
5.3.9.5	Verificação do estado limite de serviço (ELS)	69
5.3.9.6	Verificação do Estado Limite de Deformação Excessiva	70
5.3.9.7	Verificação do Estado Limite de Fissuração	71
5.3.10	<i>Detalhamento das armaduras passivas</i>	74
5.3.10.1	Armaduras passivas mínimas positivas e negativas	74
5.3.10.2	Armadura contra o colapso progressivo	75
5.3.10.3	Armadura de reforço da borda da laje	75
5.3.10.4	<i>Armadura de Fretagem</i>	76
6	EXEMPLOS NUMÉRICOS	77
6.1	LAJE PROTENDIDA ATRAVÉS DO PROCESSO DO PÓRTICO EQUIVALENTE	79
6.1.1	<i>Pavimento sem balanço</i>	79
6.1.1.1	<i>Espessura da laje</i>	79
6.1.1.2	Carregamentos atuantes no pavimento	79
6.1.1.3	Definição do carregamento a ser equilibrado com a protensão	80
6.1.1.4	Determinação do traçado vertical dos cabos	80
6.1.1.5	Determinação da força de protensão necessária	80
6.1.1.6	<i>Número de Cordoalhas</i>	81
6.1.1.7	Cálculo da carga efetiva balanceada	81
6.1.1.8	<i>Cálculo de Esforços na laje</i>	83
6.1.1.9	Diagrama de Momentos Fletores	84
6.1.1.10	Distribuição de momentos na laje	87
6.1.2	<i>Pavimento com balanço</i>	92
6.1.2.1	<i>Espessura da laje</i>	92
6.1.2.2	Carregamentos atuantes no pavimento	92
6.1.2.3	Definição do carregamento a ser equilibrado com a protensão	92
6.1.2.4	Determinação do traçado vertical dos cabos	92
6.1.2.5	Determinação da força de protensão necessária	93
6.1.2.6	<i>Número de Cordoalhas</i>	93
6.1.2.7	Cálculo da carga efetiva balanceada	93
6.1.2.8	<i>Cálculo de Esforços na laje</i>	95
6.1.2.9	Diagrama de Momentos Fletores	96
6.1.2.10	Distribuição de momentos na laje	99
6.2	LAJE PROTENDIDA ATRAVÉS DA ANÁLISE DE ELEMENTOS FINITOS	103
6.2.1	<i>Análise dos apoios no pavimento</i>	104
6.2.1.1	Momentos fletores dos modelos analisados nos vãos entre apoios	107
6.2.1.2	Momentos fletores dos modelos analisados nas regiões de apoios	108
6.2.2	<i>Comparação do pórtico equivalente e elementos finitos sem protensão para o pavimento sem balanço</i>	110
6.2.2.1	Pavimento sem balanço: seção A-A	110
6.2.2.2	Pavimento sem balanço: seção E-E	111

6.2.2.3	Pavimento sem balanço: seção C-C.....	112
6.2.2.4	Pavimento sem balanço: seção G-G	113
6.2.3	<i>Comparação do pórtico equivalente e elementos finitos sem protensão para o pavimento com balanço</i>	<i>113</i>
6.2.3.1	Pavimento com balanço: Seção A-A.....	114
6.2.3.2	Pavimento com balanço: Seção E-E.....	114
6.2.3.3	Pavimento com balanço: Seção C-C	115
6.2.3.4	Pavimento com balanço: Seção G-G.....	115
6.2.4	<i>Traçado dos cabos em planta para o pavimento sem balanço.....</i>	<i>116</i>
6.2.5	<i>Diagrama de momentos fletores para os traçados, para o pavimento sem balanço.....</i>	<i>119</i>
6.2.6	<i>Traçado dos cabos em planta para o pavimento com balanço</i>	<i>126</i>
6.2.7	<i>Diagrama de momentos fletores para os traçados de cabos, para o pavimento com balanço.</i>	<i>128</i>
6.3	ANÁLISE DO MIOLO PADRÃO	131
7	ANÁLISE DOS RESULTADOS	135
8	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	139
9	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	141

1 INTRODUÇÃO

A protensão é um artifício que consiste em introduzir numa estrutura um estado prévio de tensões, com a finalidade de melhorar sua resistência ou seu comportamento, sob diversas condições de carregamento. As tensões prévias e de caráter permanente são inseridas por meio de cabos de aço tracionados e ancorados no próprio concreto, limitando drasticamente ou até anulando as tensões de tração, retardando ou impedindo o aparecimento das fissuras.

A proposta pioneira de utilização da protensão foi lançada em 1886 por P.H. JACKSON, engenheiro da Califórnia (EUA), que patenteou um sistema de passar as hastes de laço do ferro através dos blocos e de apertá-los com porcas. No final do século XIX, várias patentes de métodos de protensão e ensaios foram requeridas, porém, sem êxito. A protensão se perdia devido à retração e fluência do concreto, desconhecidas na época.

Por volta de 1912, os alemães KOENEN E MÖRSCH reconheceram que o efeito de uma protensão reduzida se perdia com o passar do tempo, devido à retração e deformação lenta do concreto. Em 1919, o alemão K. WETTSTEIN fabricou painéis de concreto protendidos com cordas de aço para piano. O americano R. H. DILL em 1923 reconheceu a necessidade de utilizar fios de aço de alta resistência sob elevadas tensões para superar as perdas de protensão.

O desenvolvimento do concreto protendido começa praticamente sua evolução em 1924, através do engenheiro EUGENE FREYSSINET, quem usou a propriedade de protensão de maneira magnífica estudando o fenômeno de retração e fluência do concreto, obtendo conclusões importantes sobre o comportamento do concreto protendido e justificando o uso de materiais de alta resistência para a apropriada manutenção da protensão ao longo do tempo.

Em 1948, no Brasil inicia-se o uso do concreto protendido com a construção da ponte do Galeão – RJ, sendo na época, a maior ponte em concreto protendido do mundo, com 380m de comprimento. Foi utilizado o sistema Freyssinet e tudo foi importado da França, inclusive o projeto. Os cabos de protensão eram fios lisos envolvidos por duas ou três camadas de papel Kraft pintados, e os fios e o papel, com betume. Portanto tinha-se concreto protendido “sem aderência”.

A primeira conferência sobre concreto protendido foi realizada em Paris no ano de 1950. Neste mesmo ano, FINSTER WALDER executou “a primeira” ponte em balanços sucessivos e o método espalhou-se pelo mundo. Entretanto, têm-se registros que em 1930, a ponte Herval, em Herval do Oeste – SC, que logo depois passaria a se chamar de Ponte Emilio Baumgart em homenagem ao seu criador, surgiu como algo sensacional no campo de processos construtivos de

pontes. Foi a origem das construções em balanços sucessivos, mas não foi usado a protensão. Devido a essa ponte que os alemães não conseguiram o registro de patente dos balanços sucessivos, já disseminados no mundo inteiro. Não fosse esse exemplo brasileiro, o pedido de patente teria sido concedido e só os alemães teriam tido direito de aplicar o processo de construção sem utilização de escoramentos.

Em 1950, surgem as primeiras cordoalhas de fios. No ano de 1952, a Companhia Siderúrgica Belgo Mineira iniciou a fabricação do aço de protensão no Brasil. A segunda obra mais importante em concreto protendido no Brasil foi a ponte de Juazeiro, já executada com aço brasileiro.

A primeira norma alemã de concreto protendido, a DIN 4227, foi publicada em 1953. Em meados da década de 50, foram executadas, nos Estados Unidos, as primeiras lajes protendidas, sendo a maioria delas no sistema “liftslab”, onde as lajes planas eram concretadas e protendidas sobre o solo e depois içadas e ancoradas aos pilares em seus níveis.

Em 1969, foi concluído o primeiro edifício em laje lisa protendida com distribuição de cabos em duas direções, sendo numa delas distribuídos e na outra, concentrados em faixas sobre os apoios. (*Watergate Apartments, Washington- EUA*).

Foi na década de 60 que as lajes protendidas alcançaram um grande desenvolvimento em todo o mundo, principalmente nos Estados Unidos. Os motivos para esse desenvolvimento foram: incorporação do concreto protendido a normas de edifícios nos Estados Unidos, já que apenas as pontes eram normalizadas; a difusão do Método das Cargas Balanceadas ou Equivalentes (Load Balancing Method) pelo LIN T.Y (1963); a evolução dos materiais para o uso na protensão e reconhecimento das vantagens econômicas do sistema.

O Comité Euro-Internacional du Betón (CEB) publicou, em 1978, o Código Modelo para Estruturas de Concreto Armado e Concreto Protendido. Ele serviu de base para elaboração de normas técnicas em vários países.

Na construção, a protensão ajuda a resolver problemas de deformação e, como o sistema permite melhor uso da área de concreto, a espessura da laje pode ser reduzida. Lajes mais finas significam economia em materiais, diminuição do tempo de construção e da mão-de-obra. Além disso, como os cabos têm uma resistência muito mais alta do que as barras de aço convencionais, a laje protendida pode ser construída com menos da metade do peso total de aço que o exigido nas de concreto armado. Essa vantagem, em grandes vãos, resulta em mais espaço para instalação de redes hidráulicas, elétricas e outras utilidades, facilitando o trabalho dos instaladores.

Porém, sempre existiu a necessidade de se obter um processo de dimensionamento rápido e satisfatório, assim como também um método construtivo mais econômico, quer seja pelo seu custo direto ou também pela redução de materiais e prazos de execução. Tudo isso fez com que a protensão em lajes conquistasse o mercado e levasse seu dimensionamento a um estudo mais aprofundado com várias discussões e críticas por parte dos engenheiros da área.

LEONHARD (1983) realizou os estudos sobre aderência de aços para protensão, tipo de ancoragem e emendas para armadura ativa, sistemas e equipamentos para a protensão.

COLLINS & MITCHELL (1987) desenvolveram um estudo contendo os conceitos básicos necessários para o entendimento de uma estrutura em concreto protendido. Nesse estudo também é apresentado um capítulo exclusivo para o projeto de lajes protendidas.

Quanto aos trabalhos existentes no Brasil, seguem o de SOUZA & CUNHA (1998), que estuda os conceitos de lajes em concreto armado e protendido. Ainda em 1998, SILVA aborda os pontos principais do projeto de lajes maciças protendidas.

Em 2001 têm-se os estudos relacionados ao funcionamento de lajes lisas por parte de CORRÊA, MELO & MARTINS e MELGES, PINHEIRO & DUARTE; e a abordagem dos procedimentos básicos sobre o projeto e dimensionamento das lajes com protensão sem aderência por FERNANDES.

MOURA (2002) analisou diferentes sistemas estruturais e comparou os custos entre eles e em relação à aderência de um mesmo sistema (*aderência posterior e não aderente*). MELLO (2005) estudou o cálculo de lajes lisas com protensão parcial e limitada.

Em relação aos aspectos construtivos, as lajes protendidas aceleram o processo de desmontagem das formas otimizando a sua reutilização, diminuem o consumo de concreto e de armaduras passivas. Já no que se refere ao aspecto arquitetônico, a sua principal vantagem é a sua grande esbeltez que proporciona espaçamento amplo entre pilares e também uma maior altura (pé-direito) entre pavimentos.

Os fatores que determinam o uso da protensão são os que influem de forma negativa no desempenho em serviço das estruturas convencionais não protendidas, basicamente fissuração e deformação acima do limite estabelecido. Isso não impede, porém, que a escolha seja pautada visando vantagens de caráter executivo e de prazo ou custo.

Até 1997, praticamente só se empregava no Brasil a protensão aderente, na qual cada cabo de aço é alojado dentro de uma bainha metálica e depois é alongado por dispositivos hidráulicos e depois injetado nata de cimento para garantir aderência. A protensão aderente é mais empregada em estruturas de maior vulto, com solicitações elevadas ou com deficiência de capacidade de redistribuição, caso de pontes e viadutos ou aonde se precisa uma protensão externa, fora do corpo da estrutura.

Na tentativa de simplificar o processo e tornar a tecnologia mais competitiva à construção de obras de menor porte, no final dos anos 1990 foi trazida dos Estados Unidos a protensão com cordoalha engraxada e plastificada, processo no qual não há aderência entre o aço de protensão e a estrutura de concreto.

É muito difícil demonstrar às empresas todas as vantagens oferecidas por uma laje protendida, pois seus orçamentos sempre são comparados aos das estruturas convencionais. Hoje, as perspectivas do seu uso no Brasil e no mundo são de crescimento e as tendências são de automatização do projeto, visando o desenvolvimento de soluções personalizadas a fim de fugir das repetições arquitetônicas em edifícios e também o cuidado ao se dimensionar esses tipos de estruturas.

Contudo, o uso da protensão em lajes está chegando ao final da sua quinta década e os estudos realizados no Brasil são muito recentes, sendo ainda insuficientes para responder a várias dúvidas que abordam a maioria dos projetistas, sobre tudo no que se refere ao seu dimensionamento e a distribuição dos cabos componentes do sistema.

Visando atender ao comentado acima, esta dissertação tem a proposta de discutir os procedimentos para o projeto de lajes no Estado Limite de Serviço, analisando a quantidade e distribuição dos cabos nas regiões dos apoios e nos vãos centrais, e também o efeito da protensão nas extremidades do pavimento.

2 OBJETIVOS

2.1 GERAL

O principal objetivo da dissertação é de estudar o dimensionamento de lajes lisas protendidas no seu estado limite de serviço, a fim de se avaliar as principais recomendações impostas pelas prescrições normativas no meio técnico brasileiro.

2.2 ESPECÍFICOS

Analisar lajes lisas protendidas com distribuição regular de pilares, ou seja, espaçamento entre pilares idênticos nas duas direções. Lajes sem balanço com e sem vigas nas bordas; e também lajes com balanço e sem vigas nas bordas, para conseguir avaliar de forma mais completa os diversos pavimentos existentes no meio construtivo.

Pretende-se nesta dissertação estudar e comparar os métodos de cálculo previstos em prescrições normativas para pavimentos em lajes protendidas, particularmente os métodos:

- Processo do Pórtico Equivalente (*processo convencional*);
- Elementos Finitos (*modelo numérico - programa computacional SAP 2000*)

Primeiramente, os pavimentos serão divididos em faixas internas e externas para serem analisados através do processo do pórtico equivalente apresentado pela NBR 6118 no seu subitem 14.7.8. Posteriormente, estes mesmos pavimentos serão modelados no programa computacional SAP 2000, que é um modelo numérico que utiliza formulações dos elementos finitos.

Dentro do programa computacional SAP 2000 serão analisadas algumas modelagens da região dos apoios para obtenção de resultados satisfatórios em termos de esforços, no entorno dos mesmos.

Será avaliado também o efeito da quantidade e distribuição das cordoalhas nas regiões dos apoios e vãos centrais, para se ter uma perspectiva da influência dos traçados no comportamento do pavimento e sua consequência na verificação dos estados limites.

Com o conjunto de resultados ter-se-á um panorama geral do comportamento das lajes protendidas e sua posterior avaliação em serviço, através dos critérios vigentes em recomendações normativas no meio técnico, deste tipo de estrutura.

3 JUSTIFICATIVA

A busca por grandes espaços em edificações está inserida em uma das mais importantes tendências que vêm orientando a evolução das técnicas de edificação dos últimos cem anos: a busca por maior flexibilidade. Havendo a necessidade de criar grandes vãos em pisos, possibilitando espaços com o mínimo de pilares ou outros elementos verticais, torna-se necessária a concepção de sistemas suficientemente rígidos à flexão, aplicando-se materiais como o aço e o concreto protendido, procurando a otimização das seções das peças compostas destes materiais, visando a obtenção das soluções mais leves possíveis. Isso porque a palavra chave, quando tratamos de grandes vãos, é deformação.

Dentre os desafios que a engenharia de estruturas enfrenta, um dos maiores relaciona-se à concepção de sistemas seguros e economicamente viáveis para estabilizar grandes vãos. O progresso das estruturas está intimamente ligado ao progresso dos materiais, e o que se vê é um incremento das resistências do aço e concreto ao longo dos anos, o que possibilita a diminuição das seções das peças estruturais, e a possibilidade de aplicação a vãos cada vez maiores.

Em termos de dimensionamento, percebe-se que existem várias maneiras de se obter uma solução para as lajes protendidas. Em alguns casos, certos métodos de dimensionamento podem tornar-se adequados para uma laje bem comportada, com distribuição regular de pilares em ambas as direções; mas, em outros casos podem estar contra a segurança da estrutura no dimensionamento, como por exemplo, quando se trata de lajes com vãos muito diferentes ou quando possui aberturas nas lajes, e até mesmo em situações com cargas elevadas nas regiões dos balanços.

Em várias bibliografias analisadas, referentes ao dimensionamento e verificações de uma laje protendida, foram observadas que certos métodos são apropriados para um determinado tipo de pavimento. Porém, estes métodos trazem consigo algumas simplificações ou até mesmo “deficiências”, no que diz respeito às verificações de tensões em toda a estrutura, principalmente no seu comportamento em serviço. Como é o caso do Processo do Pórtico Equivalente, que podem fornecer resultados bons para o dimensionamento no estado limite último da estrutura (ELU), mas que será objeto de estudo nesta dissertação para testar sua aplicação em verificações no estado limite de serviço (ELS).

Mesmo para a verificação do ELU, o processo do pórtico equivalente só funciona bem para determinadas lajes de “layout” regular, onde os apoios são alinhados e espaçados em distâncias similares, respeitando certa proporcionalidade quando se trata de balanços.

Uma outra opção para o projeto seria utilizar métodos numéricos, tais como o Método dos Elementos Finitos ou Analogia de Grelha. Esses procedimentos forneceriam uma análise elástica linear que podem representar bem o comportamento em serviço mas podem ser conservadores em termos de ELU.

Dentre os fatores que aceleram o desenvolvimento da laje plana protendida, pode-se citar a técnica de cálculo introduzida por T.Y.Lin sob a denominação "Load Balancing Method", publicada no ACI Journal, Proceedings, em 1963; a racionalização das fôrmas e evidente facilidade de execução em comparação com a solução convencional de vigas e lajes; a diminuição do tempo de construção em decorrência da racionalização natural que vem ocorrendo nos métodos de execução da lajes; o respaldo oferecido por grande número de pesquisas e ensaios sobre o assunto; as vantagens econômicas que o sistema oferece; e a esbeltez, simplicidade e elegância da estrutura, feita com lajes planas lisas e protendidas.

Embora bastante desenvolvida principalmente nos Estados Unidos, a tecnologia de projeto e construção de pavimentos com lajes lisas usando a protensão está bastante incipiente no Brasil. Os estudos mais aprofundados sobre a protensão em lajes são na sua maioria de origem norte-americana, com pequenas quantidades de textos nacionais, enfocando principalmente o comportamento na flexão, à punção e ao estudo de desempenho em relação à aderência das cordoalhas, e também as cordoalhas engraxadas que vem sendo utilizadas no país.

Por essas afirmações, existe a possibilidade de se contribuir com os estudos de cálculo envolvendo as lajes protendidas apresentados neste trabalho, e que de alguma maneira poderia auxiliar projetistas e empresas de construção dessa técnica construtiva.

4 PANORAMA GERAL DAS LAJES PROTENDIDAS

4.1 NORMATIZAÇÃO

No Brasil, a Norma Brasileira NBR 6118:2003 – *Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento*, que vigora desde 31/03/2003, cancelou e substituiu a antiga norma de concreto protendido (NBR 7197:1989) e passou a tratar de concreto armado e protendido. A primeira norma brasileira de concreto protendido foi a NB-116 - *Projeto de estruturas de concreto protendido*.

Para as lajes protendidas, além da citada acima, podem ser usadas algumas outras Normas usuais do Concreto Protendido, com destaque dos capítulos dedicados às lajes. Assim, entre outras, pode-se citar:

- a) DIN 4227 – Apêndice A.
- b) ACI-ASCE Committee 423.
- c) FIP Recomendações para o projeto de lajes planas em concreto protendido, com e sem aderência (maio, 1980).

4.2 SISTEMAS E TIPOS DE LAJES PROTENDIDAS

Na primeira metade do século XX, quando o concreto protendido passou a ser utilizado em mais larga escala, alguns estudiosos desenvolveram processos de protensão. Normalmente esses processos eram patenteados e apenas executados por empresas especializadas. Inicialmente existiam apenas dois processos, ou sistemas, de protensão: o de Eugene Freyssinet (francês) e o de Diwidag (alemão). O sistema Freyssinet, por exemplo, utiliza cordoalhas de fios e cunhas metálicas para a ancoragem dos cabos protendidos. Já o processo Diwidag constitui barras laminadas com roscas e a ancoragem é feita através de porcas metálicas.

É importante esclarecer bem a diferença conceitual que existe entre os termos *sistema de protensão* e *tipo de protensão*. Genericamente, os sistemas de protensão se reduzem a dois basicamente, protensão com aderência inicial e protensão com aderência posterior. Ou seja, o elemento distintivo é a ocasião em que se dá a aderência da armadura protendida com o restante da peça em relação à cura do concreto. A expressão sistema de protensão pode ser utilizada ainda para fazer referência a um processo específico como, por exemplo, o sistema Freyssinet. Já o termo tipo de protensão se refere ao efeito final da força de protensão sobre uma peça, sob o ponto de vista das tensões atuantes, que pode se caracterizar como protensão completa, limitada ou parcial. Essas expressões, seus significados e derivados serão tratados com mais profundidade nos tópicos seguintes.

4.2.1 Sistemas de protensão

4.2.1.1 Protensão com aderência inicial

A protensão com aderência inicial é muito empregada na fabricação de pré-moldados de concreto protendido. Nas pistas de protensão, a armadura ativa é posicionada, ancorada em blocos nas cabeceiras e tracionada. Em seguida, a armadura passiva é colocada, o concreto é lançado e adensado, e a peça passa pela fase de cura. Após a cura, as formas são retiradas, os equipamentos que mantinham os cabos tracionados são liberados e os fios são cortados, transferindo a força de protensão para o concreto pela aderência, que nessa ocasião deve estar suficientemente desenvolvida. A Figura 1 mostra o esquema de moldagem de uma peça protendida com aderência inicial normalmente usado em indústrias de pré-moldados.

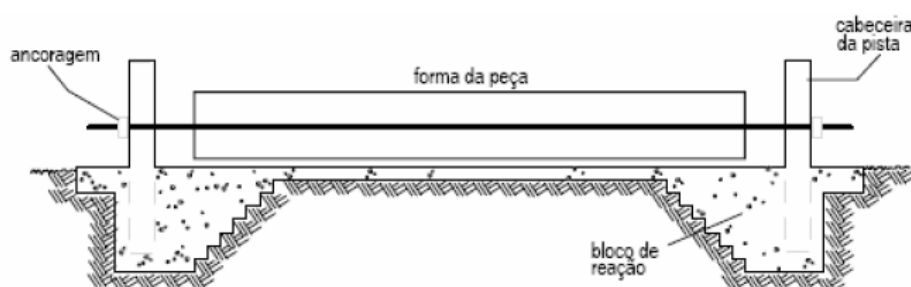


Figura 1 - Representação esquemática da protensão numa pista de pré-moldados

4.2.1.2 Protensão com aderência posterior

Neste caso, a protensão é aplicada sobre uma peça de concreto já endurecido e a aderência se dá posteriormente, através da injeção de uma nata de cimento no interior das bainhas que garante a aderência mecânica da armadura de protensão ao concreto em todo o comprimento do cabo, além de assegurar a proteção das cordoalhas contra a corrosão. Geralmente, os cabos são pós-tracionados por meio de macacos hidráulicos especiais, que se apóiam nas próprias peças de concreto já endurecido. Quando a força de protensão atinge o valor especificado, os cabos são ancorados por meio de dispositivos especiais como purgadores. A Figura 2 mostra o posicionamento desses purgadores e também o traçado vertical curvo dos cabos normalmente adotado nesta aplicação.

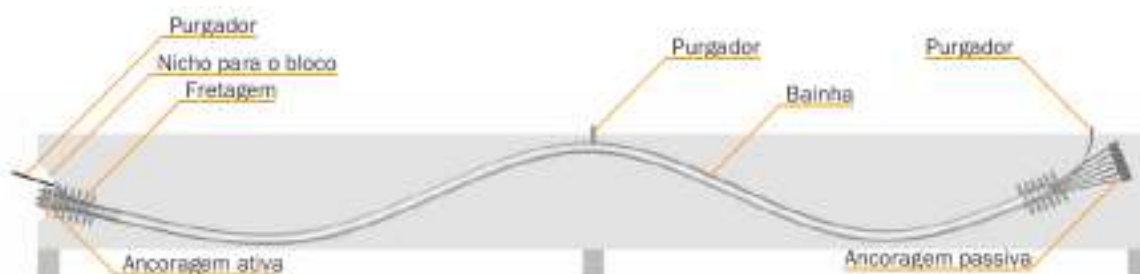


Figura 2 - Representação esquemática de um cabo de cordoalhas aderentes em corte longitudinal – Fonte: Rudloff

A Figura 3 mostra um dos posicionamentos adotados para a distribuição dos cabos ou bainhas,

para uma laje protendida com aderência posterior, onde se pode observar a disposição em ambas direções dessas armaduras ativas e também o uso das armaduras passivas na estrutura.



Figura 3 - Laje com protensão aderente. Edifício Grand Loft - SP. *Fonte: Rudloff*

A Tabela 1 indica as propriedades das cordoalhas de aço CP 190 para diâmetros de 12,7mm e 15,2mm normalmente utilizados para a protensão aderente, obtidas de um dos fabricantes nacionais.

Tabela 1 - Características das cordoalhas de Aço CP 190 para protensão aderente – *Fonte: Rudloff*

ESPECIFICAÇÃO	Ø12,7 mm ou #1/2"	Ø15,2 mm ou #5/8"
Diâmetro nominal da cordoalha ^(a)	12,7 mm	15,2 mm
Área nominal de aço de aço da cordoalha ^(a) (valor recomendado para cálculo estrutural)	100,8 mm ²	143,4 mm ²
Massa nominal ^(a)	0,782 kg/m	1,124 kg/m
Carga de ruptura mínima ^(b)	13750 kgf = 137,50 kN	20540 kgf = 205,40 kN
Carga a 1 % de deformação inicial ^(b)	10500 kgf = 105,00 kN	23620 kgf = 236,20 kN
Relaxação máxima após 1000 h ^(b)	3,5 %	0,8 %
Módulo de elasticidade ^(b)	202 kN/mm ² , +/- 3%	202 kN/mm ² , +/- 3%

(a) Normas ABNT NBR 12220-1

(b) Testes em 4 VRS 200 2004, com valores médios obtidos em 40 amostras; as propriedades mecânicas são determinadas por ensaios em 2004.

4.2.1.3 Protensão sem aderência

A protensão é aplicada sobre uma peça de concreto já endurecido não havendo, entretanto, aderência entre os cabos e o concreto. A inexistência de aderência refere-se somente à armadura ativa, já que a armadura passiva sempre deve estar aderente ao concreto. Os cabos são compostos basicamente por uma ancoragem em cada extremidade e uma cordoalha de aço envolta com graxa e capa de polietileno de alta densidade (PEAD). A graxa possibilita a movimentação das cordoalhas nas bainhas, por ocasião da protensão.

Utilizam-se também outros sistemas de protensão sem aderência nos quais os cabos são colocados externamente à peça de concreto já moldada, como no caso de vigas armadas com

tirantes externos. Essa solução é mais freqüente em obras de reforço de estruturas pré-existentes, muito utilizadas na recuperação de pontes.

A Figura 4 indica o esquema de protensão não aderente para uma peça de concreto, onde as cordoalhas podem seguir um traçado reto com curvo dependendo do projetista.



Figura 4- Representação esquemática de um cabo de monocordoalha engraxada em corte longitudinal – *Fonte Rudloff*

As cordoalhas podem ser distribuídas em planta de várias maneiras, por cordoalhas individuais ou por feixes. A Figura 5 mostra uma laje protendida com cordoalhas engraxadas em feixes distribuídas igualmente em ambas direções.



Figura 5 - Laje com protensão não aderente. Edifício Igaratá - SP. *Fonte Rudloff*

A Tabela 2 indica algumas propriedades das cordoalhas engraxadas normalmente utilizadas na protensão não aderente, para diâmetros comercialmente praticados de 12,7mm e 15,2mm, e que devem ser levados em consideração no projeto de estruturas protendidas.

Tabela 2 - Características das cordoalhas de aço CP 190 para protensão não aderente – Fonte: Rudloff

ESPECIFICAÇÃO	Ø12,7 mm ou Ø1/2"	Ø15,2 mm ou Ø5/8"
Diâmetro nominal da cordoalha ^(a)	12,7 mm	15,2 mm
Área nominal da seção de aço da cordoalha ^(a) <small>valor recomendada para cálculo estrutural</small>	100,9 mm ²	143,4 mm ²
Massa nominal ^(a)	0,380 kg/m	1,240 kg/m
Carga de ruptura mínima ^(a)	16730 kgf = 167,30 kN	20560 kgf = 205,60 kN
Carga a 1% de deformação mínima ^(a)	16360 kgf = 163,60 kN	20020 kgf = 200,20 kN
Relaxação máxima após 1000 h ^(a)	3,5 %	3,5 %
Módulo de elasticidade ^(a)	202 kN/mm ² , +/- 3%	202 kN/mm ² , +/- 3%

(a) Conforme NBR 152-2005.

(b) Condições de 1800 a 1950 mm, este valor é fornecido pelo fabricante, sujeito a verificação em laboratório.

4.2.1.4 Aspectos referentes à aderência

Até 1997, praticamente só se empregava no Brasil a protensão aderente, na qual cada cabo de aço é alojado dentro de uma bainha metálica e depois é alongado por macacos hidráulicos. Tradicionalmente, as cordoalhas mais utilizadas nesse sistema de protensão são as de sete fios e de Ø 12,7 mm ou Ø 15,2 mm. Em seguida, no vazio existente entre o cabo e a parede da bainha, injeta-se uma calda de cimento e água com a finalidade de proteger o cabo e de garantir a sua aderência à bainha e, conseqüentemente, à estrutura de concreto.

Este processo é indicado quando se necessita de uma protensão de alta densidade, onde há uma concentração de carga maior em uma determinada seção. Esse sistema requer a instalação de injetores e purgadores, além de todo o processo de injeção. Trabalha-se, portanto, com um grande número de insumos e o custo adicional de misturador para o preparo da calda de cimento, mangueiras de condução e bomba injetora etc. As ancoragens também são maiores e o equipamento de protensão é volumoso e bastante pesado. Por isso, a protensão aderente é mais empregada em estruturas de maior vulto, com solicitações elevadas ou com deficiência de capacidade de redistribuição, caso de pontes e viadutos.

Conforme já foi dito, na tentativa de simplificar o processo e tornar a tecnologia adaptável à construção de obras de menor porte, foi trazida dos Estados Unidos no final dos anos 1990, a protensão com cordoalha engraxada e plastificada, processo no qual não há aderência entre o aço de protensão e a estrutura de concreto. Nesse sistema, também se utilizam as cordoalhas de sete fios de Ø 12,7 e 15,2 mm. Porém, em vez da bainha metálica, o cabo chega na obra envolvido por uma bainha de polipropileno, preenchida com graxa com a finalidade de lubrificação e proteção contra a corrosão. Cada cordoalha tem sua ancoragem individual e, portanto, é posicionada também individualmente.

O perfil delgado da cordoalha facilita o posicionamento em peças estruturais mais esbeltas e também permite excentricidades maiores. A graxa presente na cordoalha, por sua vez, diminui as perdas de protensão por atrito entre o aço e a bainha plástica. Essa solução transformou a protensão em uma operação mais simples, com equipamentos mais leves. O principal ganho, porém, foi eliminar a etapa de injeção de nata de cimento e a limpeza das bainhas metálicas com ar comprimido, o que contribuiu para tornar o processo mais limpo e rápido.

É preciso considerar, porém, que não havendo aderência, a protensão passa a ser considerada como força externa aplicada sobre a estrutura e a permanência dessa força através dos anos depende exclusivamente do desempenho das ancoragens que devem, portanto, ser confiáveis. A tolerância contra imperfeições geométricas no posicionamento das cordoalhas é muito pequena. Afinal, grande parte do efeito que se espera da protensão é obtida por um posicionamento geométrico apropriado dos cabos ao longo das lajes e vigas.

Merece atenção redobrada a região das ancoragens, sobretudo na protensão não-aderente. É essencial o tamponamento do nicho da ancoragem após a protensão e corte da ponta do cabo, evitando a corrosão do sistema cordoalha-ancoragem-cunha.

Segundo VERÍSSIMO (1998), nos primeiros estágios de carga de uma viga protendida, quando a seção de concreto ainda trabalha totalmente comprimida, o comportamento dos cabos aderentes e não-aderentes são semelhantes. Não obstante, à medida que o carregamento transversal aumenta, até produzir a abertura de fissuras no concreto, o comportamento dos dois tipos de armadura muda.

Nos sistemas com aderência, ao se abrir uma fissura no concreto os cabos sofrem grandes deformações localizadas, na região no entorno da fissura. Em decorrência disso, a tensão no aço aumenta consideravelmente nesses pontos. Por outro lado, nos cabos sem aderência, o valor absoluto de abertura de uma fissura se dilui num comprimento muito grande do cabo, produzindo um alongamento unitário pequeno. Como consequência disso, o acréscimo de tensão no cabo também é pequeno.

A aderência da armadura influencia fortemente no comportamento à fissuração do concreto. Em vigas com cabos não-aderentes forma-se um pequeno número de fissuras com grande abertura. Os cabos aderentes, à semelhança da armadura de concreto armado, limitam a abertura de fissuras, conduzindo a um grande número de fissuras de pequena abertura. Esta última situação é preferível. Estruturas com fissuras de pequena abertura apresentam melhor proteção contra corrosão das armaduras e melhor aspecto estético.

A influência da aderência no comportamento à fissuração e na resistência última das peças de concreto protendido tem assumido uma relevância considerável no meio profissional de modo que, mesmo diante das vantagens econômicas da protensão sem aderência, tem-se optado por utilizar cabos aderentes nos sistemas construtivos modernos.

4.2.2 Tipos de protensão

De acordo com o subitem 9.2.2 da NBR 6118 os tipos de protensão estão relacionados com os níveis de intensidade da força de protensão que altera os estados limites de utilização referentes à fissuração. Sendo assim, a protensão pode ser completa, limitada ou parcial, tendo que ser escolhida de acordo ao estabelecido no subitem 13.4.2 da NBR 6118.

Tabela 3 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental

Tipos de estrutura estrutural	Classe de agressividade Ambiente (CAA) e tipo de protensão	Exigências relativas à fissuração	Condição de ações em serviço a utilizar
Concreto simples	CAA I e CAA IV ^(*)	Nenhuma	-
Concreto armado (sem protensão)	CAA I	ELS-W _{cr} ≤ 0,4 mm	Combinação Frequentemente
	CAA II e III	ELS-W _{cr} ≤ 0,5 mm	
	CAA IV	ELS-W _{cr} ≤ 0,6 mm	
Concreto protendido nível 1 (protensão parcial)	Pré-tração com CAA I ou Não-tração com CAA I e II	ELS-W _{cr} ≤ 0,5 mm	Combinação Frequentemente
Concreto protendido nível 2 (protensão limitada)	Pré-tração com CAA II ou Não-tração com CAA III e IV	(*) ELS-F	Combinação Frequentemente
Concreto protendido nível 3 (protensão completa)	Pré-tração com CAA III e IV	(*) ELS-F	Combinação Freq.
		(*) ELS-D	Combinação Frequentemente

(*) As ações consideradas decorso em condições normais de uso; W_{cr} - abertura média de fissuras, CAA - classes de agressividade ambiental.

4.2.2.1 Protensão completa ou total

Previsto para protensão com armadura ativa prétração nas classes de agressividade III e IV. Ocorre quando se verificam as duas condições seguintes:

- Para as combinações frequentes de ações, previstas no projeto, é respeitado o limite de descompressão, ou seja, quando atuarem a carga permanente e as sobrecargas frequentes não se admite tração no concreto.

- Para as combinações raras de ações, quando previstas no projeto, é respeitado o estado limite de formação de fissuras.

A protensão completa proporciona as melhores condições de proteção das armaduras contra a corrosão, e se aplica nos casos de obras em meios muito agressivos ou situações de fissuração exagerada, tais como tirantes de concreto protendido, reservatórios protendidos para garantia de estanqueidade, vigas formadas por peças pré-moldadas justapostas sem armaduras suplementares, etc. Não existe limitação técnica no uso da protensão completa, apenas restrições de ordem econômica.

4.2.2.2 *Protensão limitada*

Previsto para protensão com armadura ativa pré-tracionada na classe de agressividade II e pós-tracionada nas classes de agressividade III e IV. Ocorre quando se verificam as duas condições seguintes:

- Para as combinações quase permanentes de ações, previstas no projeto, é respeitado o limite de descompressão, ou seja, quando atuarem a carga permanente e parte das sobrecargas não se admite tração no concreto;
- Para as combinações freqüentes de ações, quando previstas no projeto, é respeitado o estado limite de formação de fissuras, ou seja, quando atuarem a carga permanente e as sobrecargas freqüentes.

A protensão limitada, por admitir tensões moderadas de tração em serviço, exige a colocação de armadura passiva adicional no dimensionamento à ruptura e no controle da fissuração. Esta combinação de armadura ativa e passiva permite soluções equilibradas e mais econômicas, já que o aço de protensão é mais caro que o aço convencional.

4.2.2.3 *Protensão parcial*

Previsto para protensão com armadura ativa pré-tracionada na classe de agressividade I e pós-tracionada nas classes de agressividade I e II. Ocorre na seguinte condição:

- Para as combinações freqüentes de ações, previstas no projeto, é respeitado o limite de abertura de fissuras, com abertura não superior a 0,20 mm, ou seja, quando atuarem a carga permanente e as sobrecargas freqüentes.

A protensão parcial é similar a protensão limitada, porém admite tensões maiores de tração em serviço e formação de fissuras de maior abertura (*não maiores que 0,2 mm*). Consome menos aço de protensão, porém, como admite fissuração, exige armadura passiva suplementar.

4.2.3 Grau de Protensão

Segundo LEONHARDT (1983) para o caso de peças fletidas, define-se grau de protensão (k_p) como sendo a relação entre o momento fletor (M_o) de descompressão e o momento característico máximo ($M_{máx}$) na estrutura.

$$k_p = \frac{M_o}{M_{g+q,máx}} \quad \text{quando } M_{g+q,máx} = M_o \rightarrow k_p = 1 \quad \text{Protensão Completa}$$

$$k_p = \frac{M_o}{M_{g+q,máx}} < 1 \quad \text{Protensão Limitada ou parcial}$$

O momento de descompressão (M_o) é aquele para o qual se atinge o estado limite de descompressão, ou seja, para a qual se anula a tensão normal em algum ponto da seção transversal pré-solicitada pela força de protensão. Portanto, de acordo com a definição acima, avalia-se em termos de relação entre momentos fletores, a situação de uma determinada peça quanto ao aparecimento ou não de tensões normais de tração na seção transversal de concreto solicitada pelo momento fletor máximo.

Uma outra definição segundo THURLIMANN (1979) apud HANAI (2005), baseia-se na relação entre a seção transversal da armadura ativa existente e a seção total de aço (passiva + ativa), cada uma multiplicada pela respectiva resistência característica à tração.

$$k_p = \frac{A_p \cdot f_{pyk}}{A_p \cdot f_{pyk} + A_s \cdot f_{syk}}$$

Ainda segundo LEONHARDT (1983) com a protensão completa tem-se grau de protensão maior ou igual a 1. Portanto, essa relação entre momentos fletores permite verificar o aparecimento de tensões de tração. É errôneo pensar que uma protensão completa conduz a um melhor comportamento estrutural do que uma protensão parcial ou limitada. Por exemplo, no caso de peças com preponderância de cargas variáveis (*relação “q / g” elevada*), a protensão completa pode levar a situações críticas de estado em vazio. Ou seja, quando atuarem apenas protensão e peso próprio, as solicitações podem atingir valores demasiadamente elevados, podendo surgir fissuras na região tracionada pelos esforços de protensão, associadas a deslocamentos negativos ou até mesmo reduzindo a altura útil da seção.

A protensão completa pode induzir ao uso de armadura passiva em pequenas quantidades. Se surgirem esforços de tração e fissuras provocadas por diferenças de temperatura ou recalques de apoio, essa armadura passiva pode ser insuficiente para controlar a fissuração.

5 A CONCEPÇÃO DO PROJETO ESTRUTURAL

O projeto de estrutura em concreto protendido de lajes para edificações deve atender às prescrições das Normas Brasileiras pertinentes, principalmente a NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento.

A determinação do tipo estrutural a ser adotado depende de vários fatores, que devem ser estudados em conjunto com o projetista arquitetônico e o construtor da obra. O arquiteto ou engenheiro precisa levar em conta determinadas características das estruturas protendidas e tirar partido arquitetônico disto, tanto no aspecto estético como no aspecto prático de execução da obra.

Segundo comentários e sugestões de alguns projetistas e construtores do meio, alguns itens merecem estudo mais detalhado, tais como:

- *Modulação de pilares: as lajes de concreto protendido têm eficiência estrutural melhorada se os pilares puderem obedecer uma distribuição modulada, com pilares alinhados em duas direções ortogonais.*
- *Vãos das lajes: como as lajes protendidas são mais econômicas para vãos superiores a 7,00 m, convém trabalhar com vãos estruturais em torno deste valor (de 6,00 a 8,00 m).*
- *Dimensões mínimas de pilares: os pilares que suportam lajes protendidas, sem vigas, devem ter dimensão mínima de 30 cm, e isto deve ser levado em conta no projeto arquitetônico. Se o edifício for alto, a estabilidade global deve ser garantida com paredes estruturais (caixas de elevadores e de escada).*
- *Balanços e vãos extremos: sempre que possível, deve-se evitar o lançamento de pilares em bordos de lajes, prevendo-se balanços além do pilar mais extremo, mesmo que pequenos. Os vãos extremos, se possível, devem ter comprimento menor que os vãos seguintes internos, de maneira a se manter os valores de momentos fletores dentro de uma mesma ordem de valores. Deve se evitar vãos isostáticos, onde a eficiência dos cabos de protensão cai muito, devido à falta de excentricidade geométrica na disposição do cabo.*

5.1 ESQUEMAS ESTRUTURAIS

Os principais esquemas estruturais adotados para lajes protendidas são as lajes lisas e as lajes nervuradas. As lajes lisas apresentam vantagens em relação às demais lajes, porém podem necessitar de reforços nos apoios devido ao puncionamento.

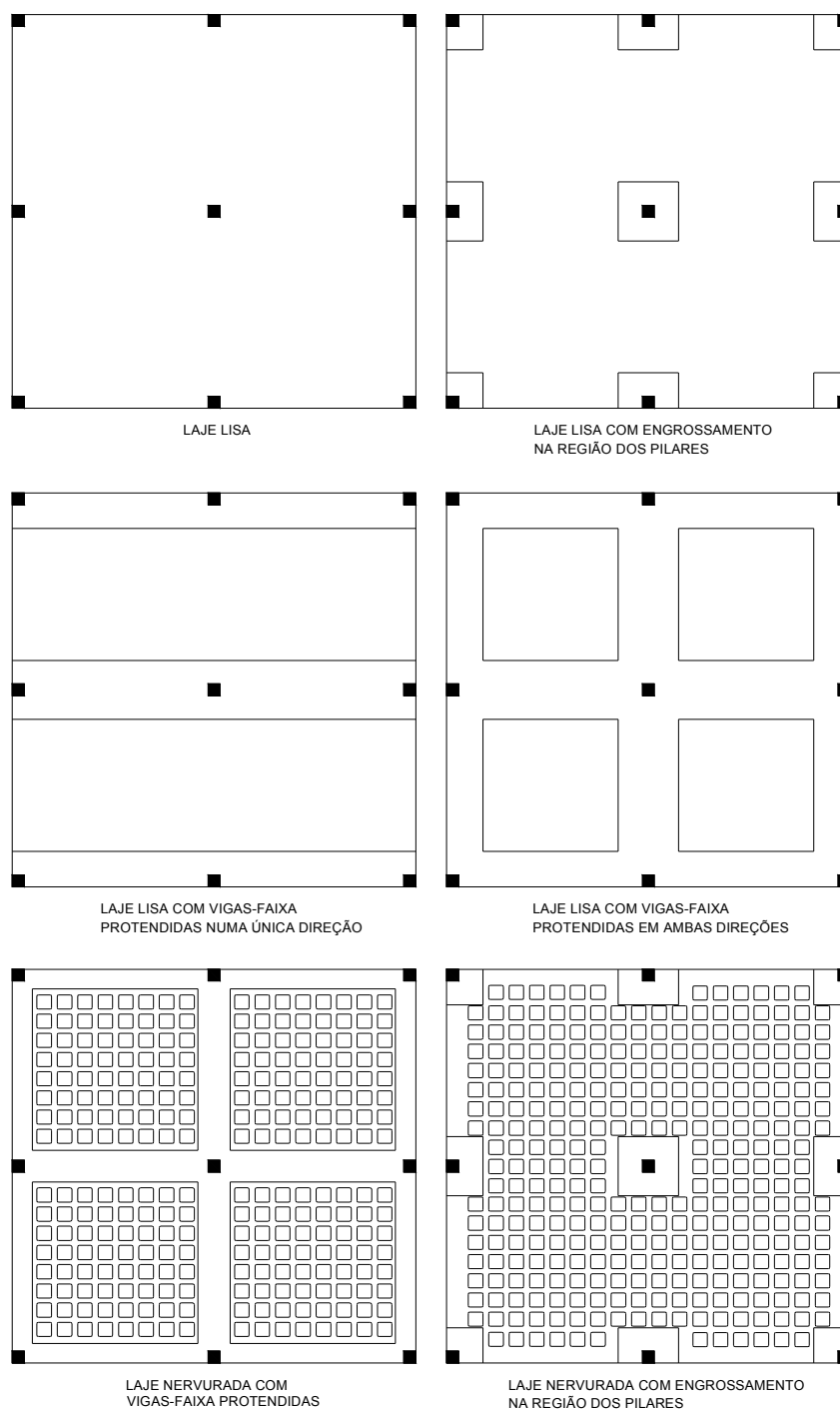


Figura 6 - Esquemas estruturais de lajes protendidas

Visando obter tetos sem a presença de elementos enrijecedores nas lajes, tem-se a solução estrutural de lajes maciças protendidas, sem vigas, também chamada de lajes lisas protendidas. A placa é apoiada diretamente sobre os pilares. Este tipo de solução está sendo muito utilizado atualmente, principalmente em edificações residências e comerciais. O vão máximo obtido com esse sistema é da ordem de 12 metros; para vãos maiores a laje torna-se demasiadamente espessa, inviabilizando o seu uso.

As lajes maciças sem vigas também sofrem o efeito do puncionamento junto aos pilares, ou seja, forças cortantes elevadas nos apoios que tentam furar o pano de laje; dessa maneira, outra solução viável para esse sistema é criar um enrijecimento junto aos pilares, por meio de um engrossamento da laje (*ábaco*) ou um engrossamento do pilar (*capitel, que pode ser em tronco de pirâmide ou de cone*). Este sistema é também denominado de laje cogumelo protendida e, com esse sistema, pode-se diminuir a espessura da placa fora da região do pilar, tornando-se viável para vãos até 14 metros.

Para lajes com carregamentos menores que 5 kN/m^2 e vãos até 12 metros, pode-se optar pelo esquema de vigas faixa numa única direção. Para lajes com carregamento superior a 5 kN/m^2 torna-se necessário a utilização de vigas-faixa em ambas direções podendo aumentar os vãos até 14 metros.

Nas lajes nervuradas com engrossamento na região dos pilares ou com vigas-faixa, pode-se estimar carregamentos acima de 5 kN/m^2 , limitando seu vão a 12 metros.

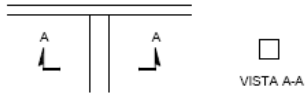
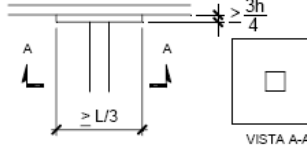
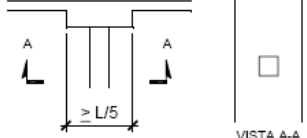
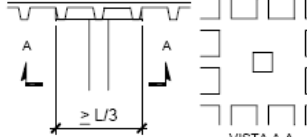
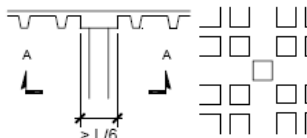
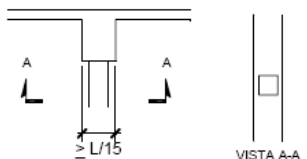
Segundo recomendações do meio técnico brasileiro as lajes lisas sem vigas têm a espessura pré-dimensionada da seguinte maneira: $h = \ell/30$ a $\ell/40$, sendo “h” a altura da laje maciça e “ ℓ ” a distância entre os pilares, em cm. As lajes cogumelo (*com engrossamentos junto aos pilares*) podem ter a sua espessura pré-dimensionada entre $\ell/34$ a $\ell/44$.

Outra possibilidade de aplicação da laje protendida moldada “in loco” é a criação de vigas-faixa ligando os pilares, em uma ou duas direções. Esse recurso possibilita que, fora das faixas, a laje possa ter espessura menor que aquela obtida com uma laje de espessura constante. Podem ter vãos máximos da ordem de 13 metros, e têm uma estimativa para sua espessura de $\ell/35$ a $\ell/45$. As faixas maciças têm sua espessura pré-estimada de $\ell/18$ a $\ell/25$.



Figura 7 - Edifício residencial em laje lisa maciça e Estacionamentos do Park Shopping Barigui em Laje nervurada protendida– Curitiba – PR

Tabela 4 – Relação vão/espessura usual para seções típicas de lajes protendidas – Relatório Técnico nº43 [2002]

TIPO DA SEÇÃO	CARREGAMENTO TOTAL (kN/m ²)	RELAÇÃO VÃO/ESPESSURA (6m ≤ L ≤ 13m)	
1) LAJE LISA 	2,5	40	
	5,0	36	
	10,0	30	
2) LAJE C/ ENGROSSAMENTO 	2,5	44	
	5,0	40	
	10,0	34	
3) LAJE MACIÇA COM VIGA FAIXA 	2,5	LAJE	VIGA
	5,0	45	25
	10,0	40	22
4) LAJE NERVURADA COM ENGROSSAMENTO 	2,5	28	
	5,0	26	
	10,0	23	
5) LAJE NERVURADA COM VIGAS NA ALTURA DA LAJE 	2,5	28	
	5,0	26	
	10,0	23	
3) LAJE COM VIGA CONVENCIONAL 	2,5	LAJE	VIGA
	5,0	42	18
	10,0	38	16

Cabe ressaltar que esta dissertação enfoca única e especialmente as lajes lisas protendidas, sem engrossamento na região dos pilares e sem uso de vigas-faixa, buscando avaliar os esforços em várias regiões do pavimento para sua verificação nos estados limites.

5.2 PROJETO DE LAJES LISAS PROTENDIDAS

A adoção das lajes protendidas também oferece vantagens para os calculistas. Ocorre que a maioria das lajes protendidas tem vãos múltiplos e requerem análises especiais de cálculo. Antes de 1963, as técnicas de análise para estruturas hiperestáticas eram longas, exigiam o uso intenso da matemática e de muitas teorias.

Em 1963, T.Y LIN auxiliou na solução do problema da análise de membros protendidos hiperestáticos. Ele publicou um trabalho denominado “LOAD BALANCING” (*balanceamento das cargas ou cargas balanceadas*), demonstrando que com esse método, o cálculo da tensão dos cabos é substituído pela força que todos os cabos juntos exercem na estrutura. Ou seja, os cabos funcionam como carga externa aplicada na laje ou viga, fazendo com que o cálculo para protensão se torne igual ao utilizado para o concreto armado convencional.

Segundo SOUZA (1998), com as Cargas Balanceadas as estruturas protendidas podem ser analisadas por completo e com alta precisão, além de permitir o uso de qualquer tipo de análise convencional de cálculo.

5.2.1 Cálculo de lajes lisas e cogumelo pelo Processo do Pórtico Equivalente

O cálculo de lajes lisas e cogumelo, pelo procedimento dos pórticos equivalentes, tem sido largamente utilizado. O ACI-318 permite o cálculo como pórticos para estruturas com pilares que apresentem no máximo um desvio de 10% em relação ao alinhamento dos demais. Evidentemente para lajes bastante irregulares, com pilares desalinhados e presença de grandes aberturas é recomendável o uso de métodos mais refinados como a analogia de grelhas ou o método dos elementos finitos.

Segundo AALAMI (1999), a disponibilidade de diversos programas de elementos finitos permite efetuar, a baixo custo, uma análise mais rigorosa da laje. A discretização deverá ser necessariamente densa na região próxima aos pilares, sendo possível considerar uma plastificação dos elementos situados nas regiões mais solicitadas através de uma adequada redução de seu módulo de elasticidade. A influência da protensão é facilmente levada em conta usando o método das cargas balanceadas ou equilibrantes.

A NBR 6118, no item 14.7.8 permite que nos casos em que os pilares estiverem dispostos em filas ortogonais, de maneira regular e com vãos pouco diferentes, o cálculo dos esforços pode ser realizado pelo processo elástico aproximado, com redistribuição, que consiste em adotar em

cada direção pórticos múltiplos, para obtenção dos esforços solicitantes.

Para cada pórtico deve ser considerada a carga total. A distribuição dos momentos obtida em cada direção, segundo as faixas indicadas na figura, deve ser feita da seguinte maneira:

- 45,0 % dos momentos positivos para as duas faixas internas;
- 27,5 % dos momentos positivos para cada uma das faixas externas;
- 25,0 % dos momentos negativos para as duas faixas internas;
- 37,5 % dos momentos negativos para cada uma das faixas externas.

Obrigatoriamente devem ser considerados os momentos de ligação entre a laje e pilares externos. A distribuição dos momentos proposta pela NBR 6118 requer entendimento do que são as faixas internas e externas do painel, conforme é mostrado na Figura 8.

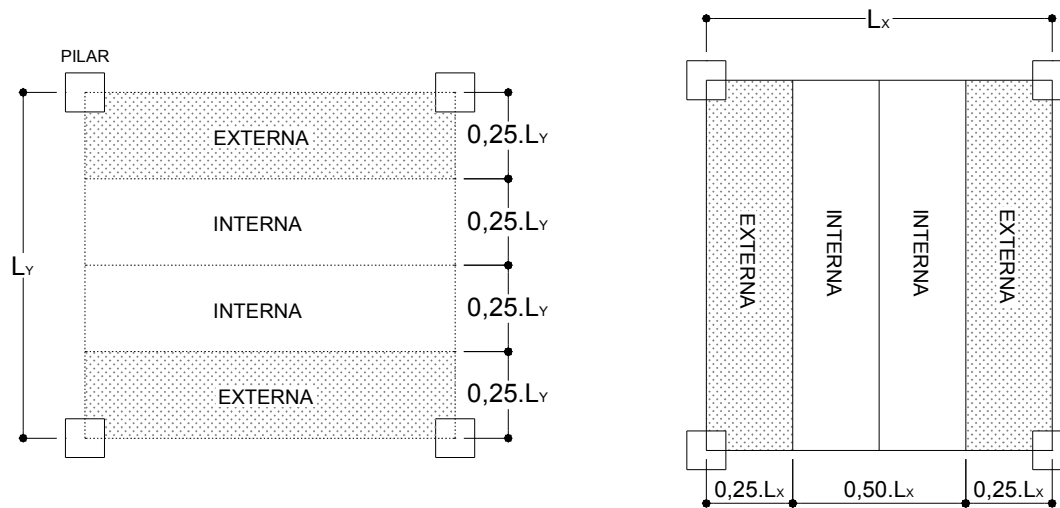


Figura 8 – Faixas para distribuição de momentos (NBR 6118)

O método do pórtico equivalente permitido pela NBR 6118 consiste em dividir a estrutura em cada direção em uma série de pórticos constituídos por colunas e barras horizontais, cujas inércias serão iguais às da laje limitada pela metade da distância entre duas linhas de pilares, como mostra a Figura 9.

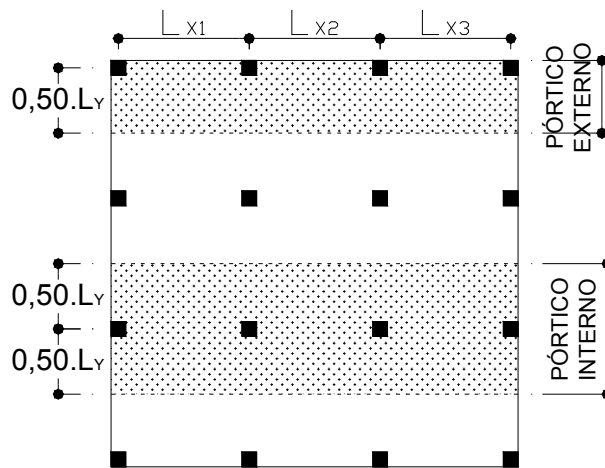


Figura 9 - Distribuição dos Pórticos

A Figura 10 indica os momentos distribuídos pelo pórtico equivalente nas regiões dos apoios e nos vãos entre apoios. Os momentos M_1 e M_2 são valores negativos correspondentes à tração das fibras superiores e os momentos M_3 e M_4 positivos à tração das fibras inferiores no painel de laje.

Os momentos M_{apoio} são os momentos negativos máximos na região dos apoios, assim como o $M_{\text{vão}}$ é o momento positivo máximo no vão entre apoios.

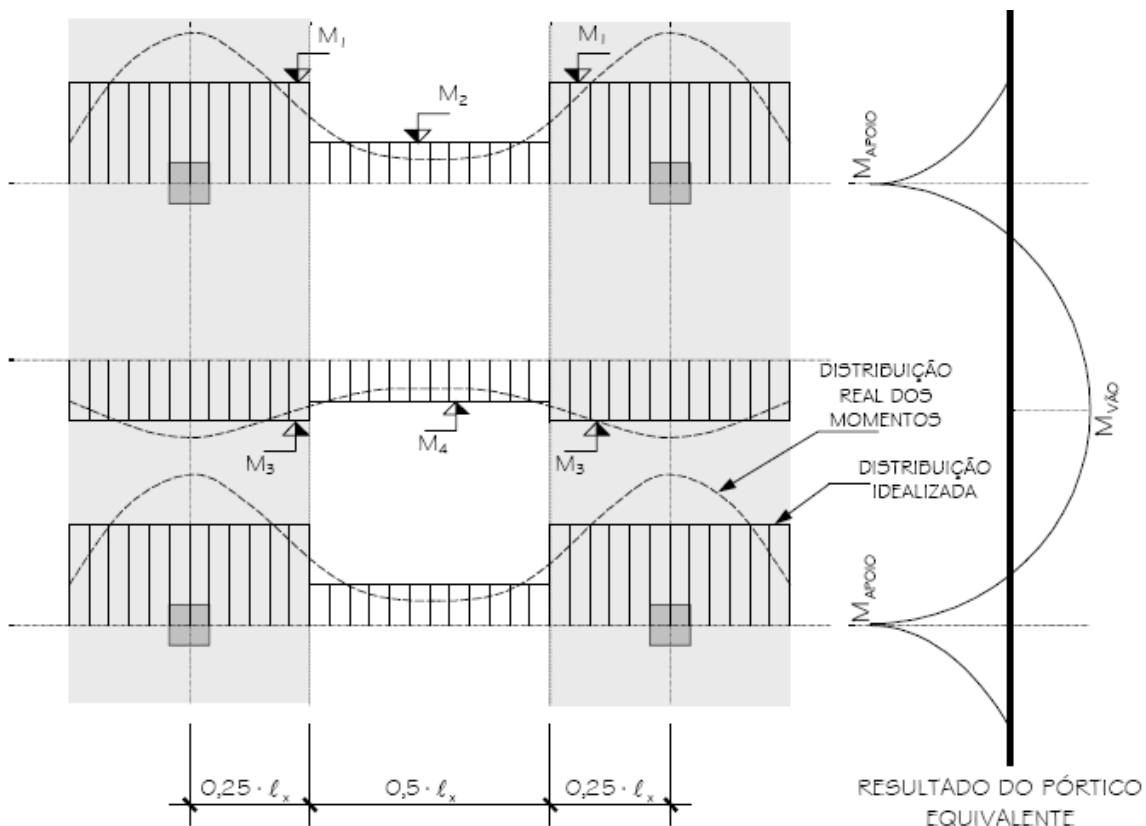


Figura 10 - Distribuição de Momentos nas Faixas - Fonte: Emerick (2003)

Encontrados os momentos máximos do pórtico equivalente, passa-se a distribuí-los na direção ortogonal ao pórtico considerado. Deve-se prestar bastante atenção nos pavimentos em que as faixas externas e internas são diferentes em largura e carregamento, gerando pórticos com momentos máximos desiguais e conseqüentemente afetando os momentos distribuídos em cada faixa.

$$\begin{aligned}M_1 &= 0,375 \cdot \frac{M_{\text{apoio}}}{0,25 \cdot \ell_x} & M_2 &= 0,25 \cdot \frac{M_{\text{apoio}}}{0,5 \cdot \ell_x} \\M_3 &= 0,275 \cdot \frac{M_{\text{vão}}}{0,25 \cdot \ell_x} & M_4 &= 0,45 \cdot \frac{M_{\text{vão}}}{0,5 \cdot \ell_x}\end{aligned}$$

5.2.2 Cálculo de lajes lisas e cogumelo pela Analogia de Grelha

A analogia de grelha é um procedimento bastante utilizado pelos programas computacionais para a análise das lajes protendidas, pois obtém resultados em um tempo computacional relativamente baixo.

Essa analogia é construída por superposição da teoria do cálculo de vigas, que têm interseção ortogonal entre si, definindo em função da rigidez qual se apóia em qual, observando que a protensão, através das forças de desvio, pode promover alteração no sistema estático da laje, dependendo da intensidade da protensão dada e da conformação do traçado (DUARTE, 1998).

Segundo DUARTE (1998), existem algumas opções para o cálculo da laje protendida através deste procedimento, que são:

- Cálculo dos esforços como grelha, predimensionando as vigas-faixa como elemento linear. Detalhamento da protensão das vigas como elemento linear e posterior verificação da hiperestaticidade do conjunto devido à protensão, tratando a protensão por forças de desviação.
- Cálculo dos esforços como viga ou pórtico, levando em conta a largura total de influência do carregamento e fazendo a distribuição por faixas mais ou menos rígidas (faixas de apoios e faixas do vão). Dimensionamento no Estado Limite Último da protensão por metro linear de laje, levando em conta o efeito do hiperestático de protensão através de um valor aproximado de 20% do momento negativo.
- Cálculo dos esforços, predimensionando o elemento por metro linear e abstraindo-se da influência do hiperestático de protensão. Neste caso deverá ser feita verificação do ELU,

levando-se em conta a influência do hiperestático de protensão com o valor aproximado de 10 % do momento negativo.

Cabe lembrar que uma grelha representativa de uma laje apresenta dois conjuntos de hiperestaticidade:

- Hiperestaticidade proveniente dos apoios que representam os pilares;
- Hiperestaticidade proveniente da equalização dos deslocamentos dos nós que representam a interseção entre elementos de viga.

A parcela hiperestática de protensão é influenciada por estes dois conjuntos. Logo, ao calcular uma laje como uma grelha hiperestática obtém-se resultados que já incluem a parcela do momento isostático de protensão. Portanto, pode-se afirmar que o valor do hiperestático nesta faixa será a diferença entre os valores do momento final, obtido pela grelha, e do momento isostático de protensão da faixa, representado pelo número de cabos na faixa, vezes a excentricidade.

A interpretação de uma laje através de grelha equivalente teve início com Marcus (TIMOSHENKO; WOINOWSKY, 1959). Este procedimento substitui a placa (*laje*) por uma malha equivalente de vigas (*grelha equivalente*), e podem ser usadas em placas apoiadas em vigas deformáveis, placas sem vigas e pavimentos constituídos de diversas placas com ou sem vigas.

No uso da protensão, as cordoalhas estão compreendidas nas faixas escolhidas desta malha equivalente de vigas e o seu valor é considerado como carga equivalente (T.Y. LIN, 1963). O uso da grelha equivalente para o cálculo de uma laje possibilita considerar a deformabilidade das vigas periféricas, borda com rotação impedida parcialmente e a participação da torção das vigas periféricas. Além disto, este procedimento permite calcular um pavimento de lajes, com vigas ou não, considerando-o como um todo.

As cargas distribuídas podem se dividir entre os elementos da grelha equivalente, de acordo com a área de influência de cada elemento ou, segundo os critérios propostos por CARVALHO (1994) apud MELLO (2005), podem ser consideradas uniformemente distribuídas ao longo dos elementos, ou mesmo, dentro de certa aproximação, concentradas nos nós. É importante ressaltar que as cargas concentradas atuantes na estrutura devem ser aplicadas nos nós da malhas. Para que isto ocorra deve-se adequar a malha, de forma que as cargas coincidam com os nós. Porém quando isto não for possível, devem-se adotar valores equivalentes da carga nos nós mais próximos.

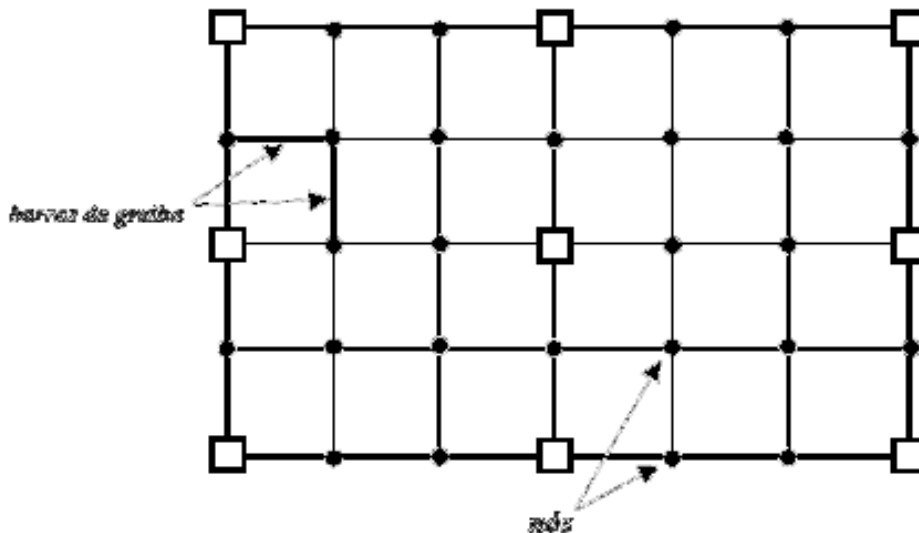


Figura 11 - Laje Plana discretizada em uma grelha

5.2.3 Cálculo de lajes lisas e cogumelo pelo Método dos Elementos Finitos

Os métodos tradicionais para a determinação da distribuição de momentos em uma laje têm sido através de modelos elásticos. Tais métodos baseiam-se na solução da equação diferencial que rege o comportamento de uma placa. Essas soluções limitam-se, contudo, a casos nos quais se tenham condições de contorno simples que levem a soluções exatas.

Lajes mais complexas não possuem uma solução fechada pela Teoria da Elasticidade. Para resolvê-las, deve-se fazer uso de procedimentos numéricos que são viáveis apenas em computadores. Dentre estes, o mais conhecido é o Método dos Elementos Finitos.

O método dos elementos finitos é um procedimento numérico para a análise de meios contínuos. A análise de tensões em estruturas, condução de calor, escoamento de fluidos, campos elétricos e magnéticos são exemplos de problemas que envolvem a análise de meios contínuos.

No caso do problema de placas, o Método dos Elementos Finitos é usado para encontrar uma aproximação do campo de deslocamentos da placa. O campo de deslocamentos contínuo é substituído por um campo discreto com pontos nos nós dos elementos finitos.

No Método dos Elementos Finitos, a placa é dividida em um número determinado de elementos. Cada elemento de placa possui propriedades de deformação à flexão que são conhecidas com boa aproximação. O método geral de análise concentra as cargas nos nós dos elementos e estabelece a continuidade das rotações e deslocamentos em cada ponto nodal, de modo a satisfazer as equações de equilíbrio e as condições de contorno requeridas. Utilizando-se um número razoável

de elementos, é possível obter soluções para praticamente qualquer geometria definida. O modelo pode conter todas as lajes de um pavimento e todas as vigas, analisando o comportamento do painel como um todo.

Em caso que a laje ou qualquer outra estrutura possuir elevadas concentrações de tensões em uma determinada região, é recomendável sempre, se refinar a região ou malha do elemento, a fim de obter-se melhores resultados em termos de esforços. Nas regiões que não possuem significativas concentrações de tensões poder-se-á usar uma malha mais espaçada e uniforme.

O mesmo procedimento pode ser estendido para incluir outros comportamentos no elemento de placa além do elástico, como, por exemplo, esforços axiais (*elementos de casca*), deformações por cisalhamento, não linearidade física, múltiplas camadas, entre outros, formando as bibliotecas de elementos contidas nos programas comerciais que se baseiam nesse método.

Nesta pesquisa, foi utilizado o programa computacional SAP 2000, baseado nos elementos finitos, para se efetuar as análises correspondentes à laje como concreto armado e concreto protendido como cargas equivalentes aplicadas nos nós.

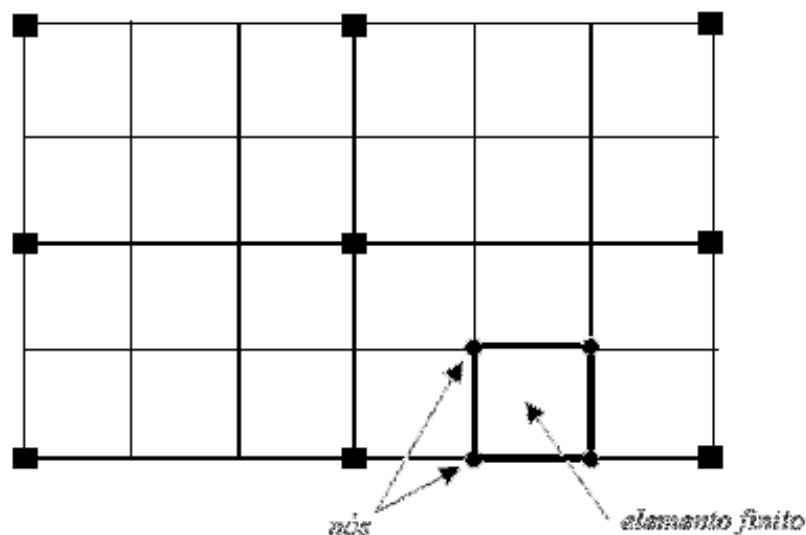


Figura 12 - Laje Plana discretizada em elementos finitos

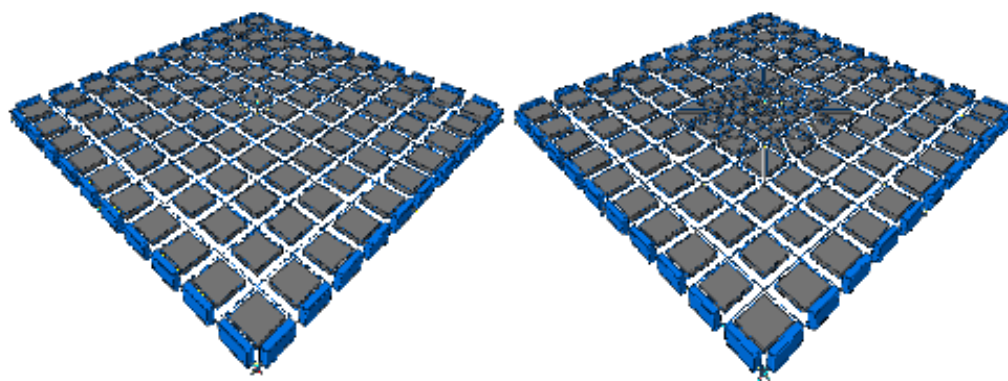


Figura 13 - Elementos de uma laje com refinamento na região central

Neste estudo, foram utilizados elementos de placa fina com a mesma rigidez em todas elas. Uma malha de 20x20cm refinadas nas regiões dos pilares para 10x10cm como ilustra a Figura 13, e que serão vistos nas análises dos modelos nas regiões dos pilares, para obtenção dos esforços.

5.3 CRITÉRIOS DE PROJETO

De acordo com as Normas, os critérios de segurança tomam por base os Estados Limites, sendo evidentemente desejáveis que a estrutura fosse a mais econômica possível, tanto na construção como na sua manutenção.

A solicitação correspondente ao Estado Limite Último (ELU) pode estar limitada pelo escoamento do aço ou esmagamento do concreto, instabilidade da estrutura ou fadiga do material. No caso das lajes verifica-se o ELU à flexão e ao puncionamento, servindo o Estado Limite de Utilização ou de Serviço (ELS) para o controle de fissuras, deformações, vibrações e para a verificação da resistência ao fogo e a proteção contra a corrosão. Qualquer que seja o processo escolhido, o cálculo das lajes planas protendidas costuma se desenvolver na seguinte seqüência:

- 1) Fixação das características dos materiais a serem empregados
- 2) Distribuição dos pilares e escolha da laje em função do vão
- 3) Determinação da carga a ser equilibrada
- 4) Traçado vertical dos cabos de protensão
- 5) Determinação da força de protensão
- 6) Cálculo da quantidade de cabos
- 7) Distribuição dos cabos em planta e Cálculo de Perdas
- 8) Cálculo dos momentos Isostáticos e Hiperestáticos de protensão
- 9) Verificação dos Estados Limites de Utilização (limitação das fissuras, deformações lineares, vibração, resistência ao fogo)
- 10) Verificação do ELU para a flexão com o dimensionamento da armadura passiva necessária.
- 11) Verificação do ELU para o puncionamento.
- 12) Detalhamento das armaduras passivas e ativas
- 13) Plano de Execução

5.3.1 Distribuição dos pilares e escolha da laje em função do vão

Deve-se tentar que os pilares sejam espaçados igualmente nas duas direções do pavimento. Isto para que seu comportamento estrutural tenha uma maior precisão, como será demonstrado nos exemplos numéricos apresentados neste trabalho.

Uma vez conhecidas as distancias entre pilares, busca-se o melhor esquema estrutural que o pavimento apresentará e conseqüentemente a altura preestimada da laje, como descrito no item 5.1.

5.3.2 Fixação das características dos materiais a serem empregados

A classe de concreto e sua resistência característica estão associadas à classe de agressividade ambiental fornecida pela NBR 6118 no seu item 7.1, assim também como a relação água/cimento do concreto a ser utilizado.

Tabela 5 - Correspondência entre classe de agressividade e qualidade do concreto

Concreto	Tipo	Classe de agressividade (tabela 2.2)			
		I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	CA	$\leq 0,45$	$\leq 0,60$	$\leq 0,55$	$\leq 0,45$
	CP	$\leq 0,60$	$\leq 0,55$	$\leq 0,50$	$\leq 0,45$
Classes de concreto (ABNT NBR 8953)	CA	$\geq C20$	$\geq C25$	$\geq C30$	$\geq C40$
	CP	$\geq C25$	$\geq C30$	$\geq C35$	$\geq C40$
<p>Notas</p> <p>1 O concreto empregado na execução das estruturas deve cumprir com os requisitos estabelecidos na ABNT NBR 12655.</p> <p>2 CA, corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto armado.</p> <p>3 CP corresponde a componentes estruturais de concreto protendido.</p>					

Nesta etapa deve-se definir o sistema e tipo de protensão a serem utilizados no projeto, pois se terá que definir o tipo de armadura ativa empregada para protender a estrutura. As características das armaduras ativas podem ser encontradas nos mais variados catálogos existentes no mercado, como por exemplo, as citadas nas Tabelas 1 e 2.

5.3.3 Determinação da carga a ser equilibrada

Em geral adota-se o critério de que sobre a ação do carregamento quase-permanente a laje não apresente flechas. Dessa forma, o carregamento de protensão deve equilibrar as cargas permanentes e mais uma parcela das cargas de utilização.

O ACI-423 apresenta o seguinte critério para lajes:

- Caso em que sejam previstas paredes divisórias leves e sobrecargas, num total de cerca de 2,0 a 3,0 kN/m²: equilibrar o peso próprio + 0,5 kN/m²;
- Caso em que sejam previstas paredes de alvenaria: equilibrar o peso próprio + 2/3 do peso das paredes.

Outro critério bastante utilizado no Brasil é equilibrar o peso próprio mais 10% do restante do carregamento (DUARTE, 1998).

5.3.4 Traçado vertical dos cabos de protensão

O traçado vertical dos cabos é em geral parabólico principalmente quando se está equilibrado um carregamento externo distribuído. As excentricidades máximas dos cabos devem respeitar as condições de cobrimento mínimo exigidos pelas NBR 6118.

- Em função do meio ambiente:

Tabela 6 - Correspondência entre classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal para $\Delta c = 10\text{mm}$ – Fonte: NBR 6118

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto armado	Laje	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50
Concreto protendido ¹⁵	Todos	30	35	45	55

¹⁵ Cobrimento nominal da armadura passiva que envolve a bainha ou os fios, cabos e cordoalhas, sempre superior ao especificado para o elemento de concreto armado, devido aos riscos de corrosão fragilizante sob tensão.

- Em função do diâmetro da bainha:

$$c \geq \begin{cases} \phi_{ext} & (se \phi_{ext} \leq 4\text{cm}) \\ 4\text{cm} & (se \phi_{ext} > 4\text{cm}) \end{cases}$$

- Em função do diâmetro do agregado:

$$c \geq \begin{cases} d_g & (se d_g \leq 3,2\text{cm}) \\ d_g + 0,5\text{cm} & (se d_g > 3,2\text{cm}) \end{cases}$$

Por condições econômicas e executivas, é comum adotar para as flechas dos cabos os maiores valores possíveis, atendendo as condições de cobrimento mínimo. Essa colocação implica em carregamentos equilibrados diferentes nos vãos, conforme será abordado com maiores detalhes no subitem seguinte.

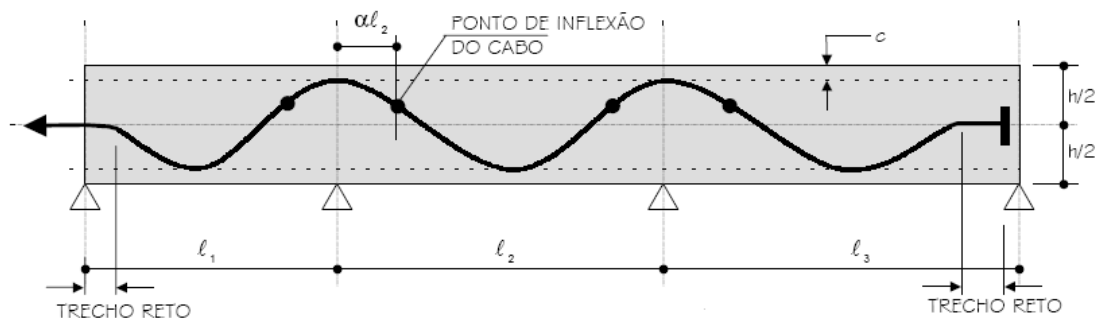


Figura 14 - Traçado vertical dos cabos

Com relação à curvatura dos cabos sobre os pilares deve-se respeitar o raio de curvatura mínimo permitido pela NBR 7197 no subitem 9.5.3.3 que é de 2,5 metros. O ponto de mudança da curvatura (*ponto de inflexão*) é admitido como uma porcentagem do vão ($\alpha.l$) sendo o valor de “ α ” geralmente adotado entre 5% a 15%.

Recomenda-se, nas lajes protendidas com monocordoalhas não-aderentes, dispor as ancoragens ativas preferencialmente no baricentro da seção transversal da laje. Na região de ancoragem ativa, deve-se manter o cabo reto e paralelo ao plano médio da laje nos seus primeiros 50 cm. Essa disposição dos cabos tem por objetivo não introduzir momentos fletores devido a protensão nas seções de extremidade, onde os momentos devidos os carregamentos externos também são nulos.

5.3.5 Determinação da força de protensão

Por hipótese, adota-se a força de protensão constante ao longo dos cabos. Dessa forma, a protensão necessária deve ser calculada para o vão mais desfavorável. Para as estruturas usuais pode ser usada a formulação simplificada apresentada a seguir para o cálculo da força de protensão:

- Balanço : $P = \frac{q\ell_1^2}{2f_1} + \frac{Q\ell_1}{f_1}$
- Vão interno : $P = \frac{q\ell_2^2}{8f_2}$
- Vão externo : $P = \frac{q\ell_3^2}{8f_3}$

Onde “P” é o esforço de protensão, “Q” a carga concentrada no balanço e o “q” a carga distribuída. Os outros parâmetros são apresentados na Figura 15.

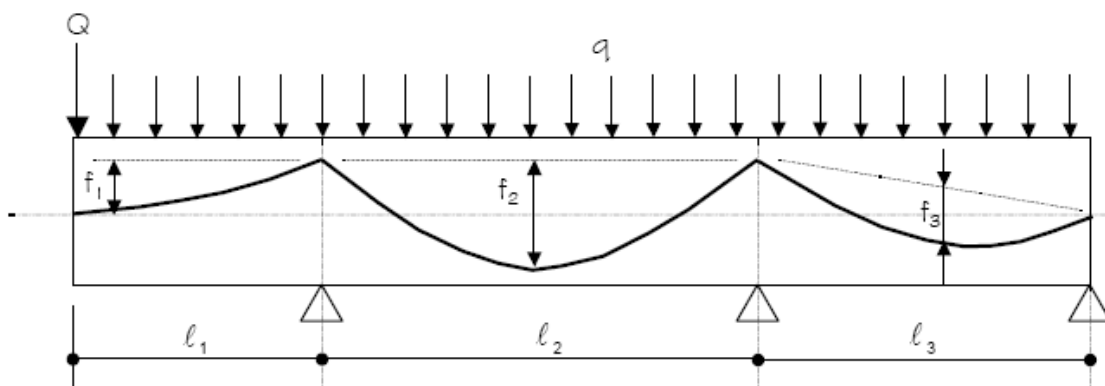


Figura 15 - Cálculo da protensão necessária

Para efeito de cálculo em geral costuma-se desprezar o efeito da inversão da curvatura dos cabos sobre os pilares adotando-se um perfil simplificado como indicado pela Figura 15.

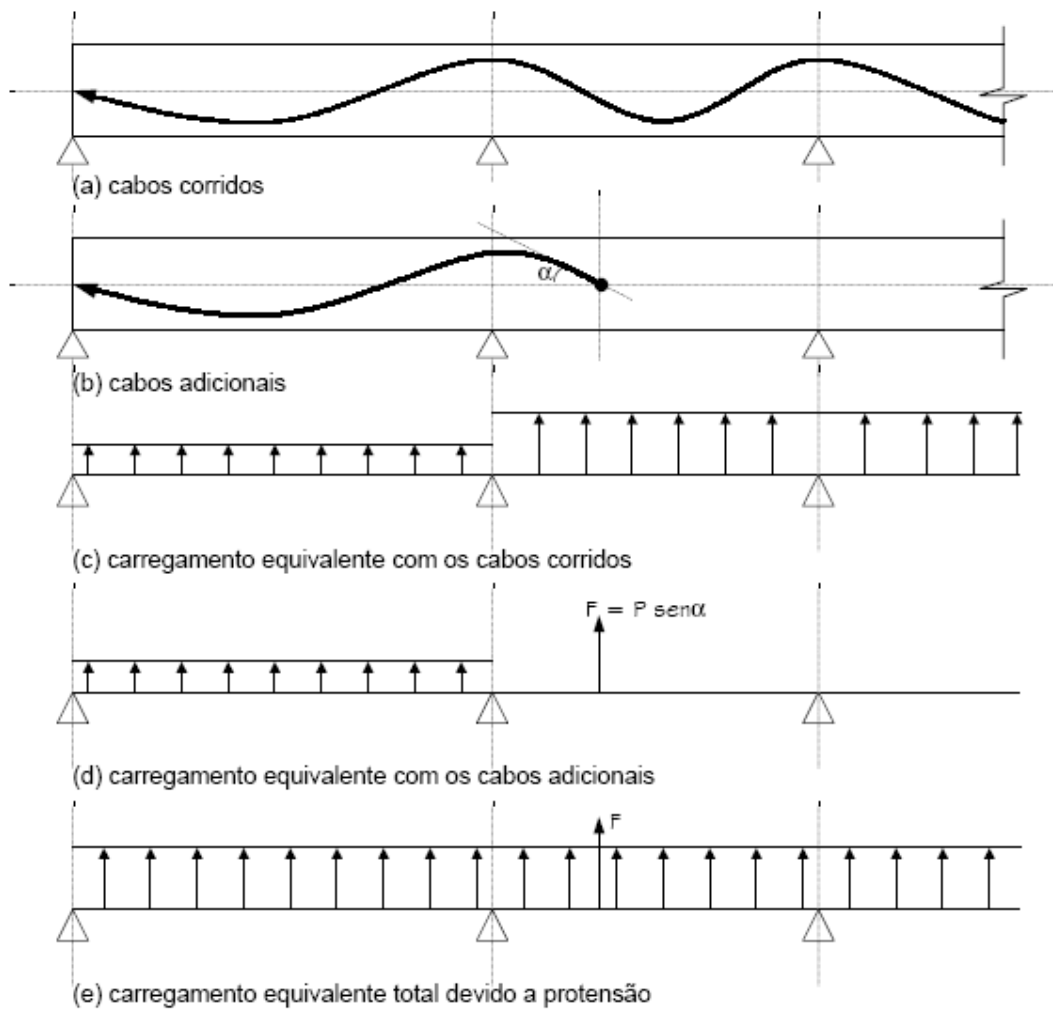


Figura 16 - Efeito dos cabos adicionais

Em lajes com vãos muito fora de proporção, pode ser conveniente não aplicar a mesma força de protensão em todos os vãos. Nestes casos, pode-se ter em alguns vãos uma quantidade maior de cabos. A presença da ancoragem no vão introduz uma carga vertical de baixo para cima, de intensidade $F = P \cdot \sin \alpha$ (Figura 16).

Com relação à flecha dada aos cabos nos vãos, podem ser adotados basicamente dois procedimentos:

- a) Adotar para o vão mais crítico um traçado que utiliza as excentricidades máximas, em função do cobrimento mínimo, calculando a força de protensão necessária; e para os demais vãos, calcular as excentricidades necessárias para obter o mesmo valor de protensão.
- b) Adotar para todos os vãos a excentricidade máxima e calcular a protensão para o vão mais crítico.

A primeira possibilidade implica em um carregamento equilibrado constante em todos os vãos. Contudo, alguns vãos podem ter um braço de alavanca reduzido, o que conduz a uma perda de resistência da seção na ruptura.

A segunda possibilidade, que é a mais usual por aproveitar mais os cabos, implica em um carregamento equilibrado diferente em cada vão. Esse fato não gera maiores problemas desde que calculados os esforços devido a esses carregamentos, as tensões em serviço respeitem aos limites admissíveis.

Quando se deseja equilibrar cargas concentradas nos vãos internos, o traçado mais adequado é o apresentado na Figura 17, sendo $P = \frac{Q \cdot \ell}{4f}$

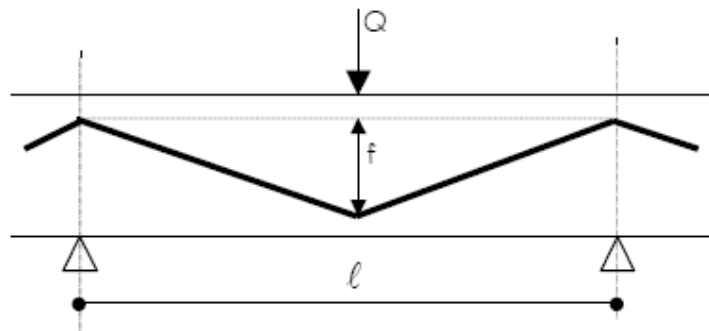


Figura 17 - Traçado dos Cabos p/ Cargas Concentradas

Caso seja necessário calcular a protensão para equilibrar um carregamento distribuído e uma carga concentrada simultaneamente, pode-se usar o princípio da superposição e somar as parcelas correspondentes.

a) Vãos de Extremidade

Para o caso particular de um perfil parabólico, o carregamento equivalente será como indicado na Figura 18, onde “P” é o esforço de protensão e “ α e β ” coeficientes relativos às distâncias dos pontos de inflexão dos cabos nas direções x e y respectivamente. O restante dos parâmetros pode ser observado na mesma figura.

Pode-se destacar também, que o traçado dos cabos em cima dos apoios internos gera carregamentos de cima para baixo, inverso ao restante do carregamento. Esses carregamentos irão depender da força de protensão e também da convexidade dos cabos respeitando-se os raios mínimos exigidos por recomendações normativas.

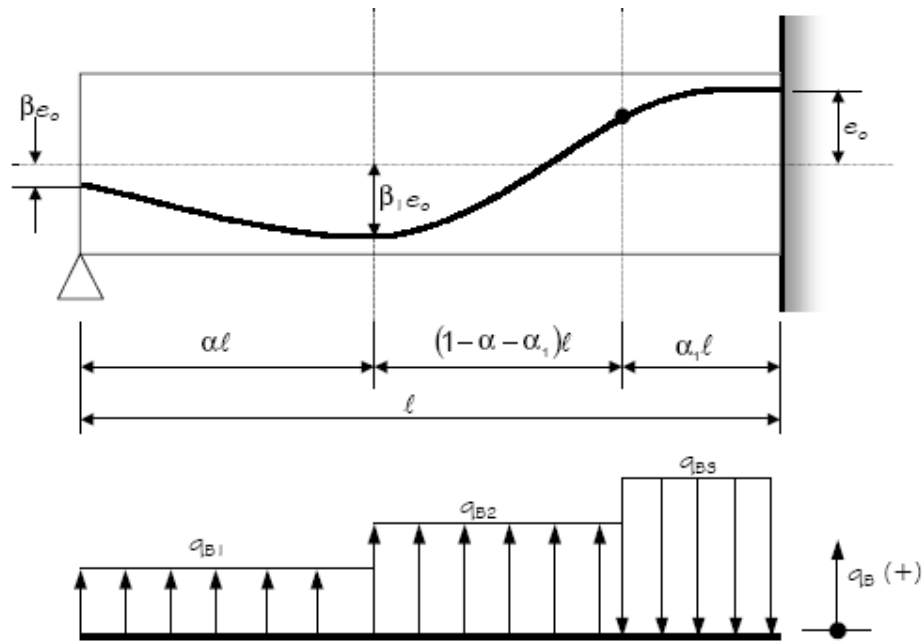


Figura 18 - Cálculo da Carga Equilibrada com a Protensão – Vão da Extremidade

Onde:

$$q_{B1} = \frac{2P \cdot (\beta_1 - \beta) \cdot \epsilon_0}{(\alpha \ell)^2} \quad q_{B2} = \frac{2P \cdot \lambda \cdot \epsilon_0}{\ell^2} \quad q_{B3} = \frac{-2P \cdot \mu \cdot \epsilon_0}{\ell^2}$$

Sendo:

$$\lambda = \frac{1 + \beta_1}{(1 - \alpha) \cdot (1 - \alpha - \alpha_1)} \quad \mu = \frac{1 + \beta_1}{(1 - \alpha) \cdot \alpha_1}$$

b) Vãos internos

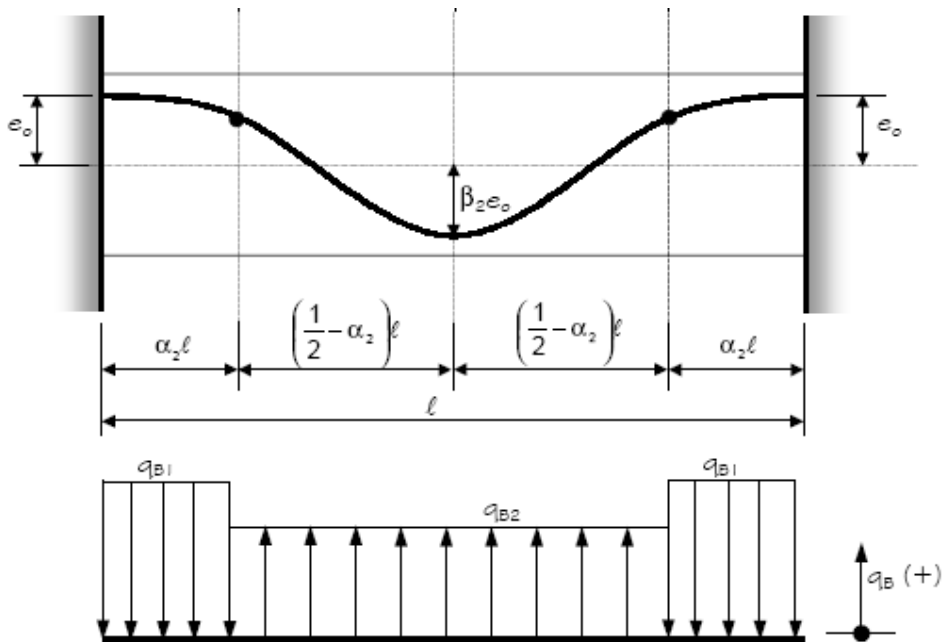


Figura 19 - Cálculo da Carga Equilibrada com a Protensão - Vão Interno

Onde:

$$q_{B1} = \frac{-4P \cdot (1 + \beta_2) \cdot e_0}{\alpha_2 \cdot \ell^2} \quad q_{B2} = \frac{4P \cdot (1 + \beta_2) \cdot e_0}{\left(\frac{1}{2} - \alpha_2\right) \cdot \ell^2}$$

Para os valores das constantes, usualmente em lajes protendidas adota-se:

α_1 e $\alpha_2 = 0,05$ a $0,15$

$\alpha = 0,5 \rightarrow$ meio do vão.

$\beta = 0 \rightarrow$ o cabo é ancorado no C.G da laje.

Pode-se observar na Figura 19, que o carregamento vertical em cima dos apoios é de cima para baixo, diminuindo desta maneira as reações dos pilares sobre a laje. O carregamento equivalente no vão alivia os esforços correspondentes as ações totais na estrutura.

c) Balanços

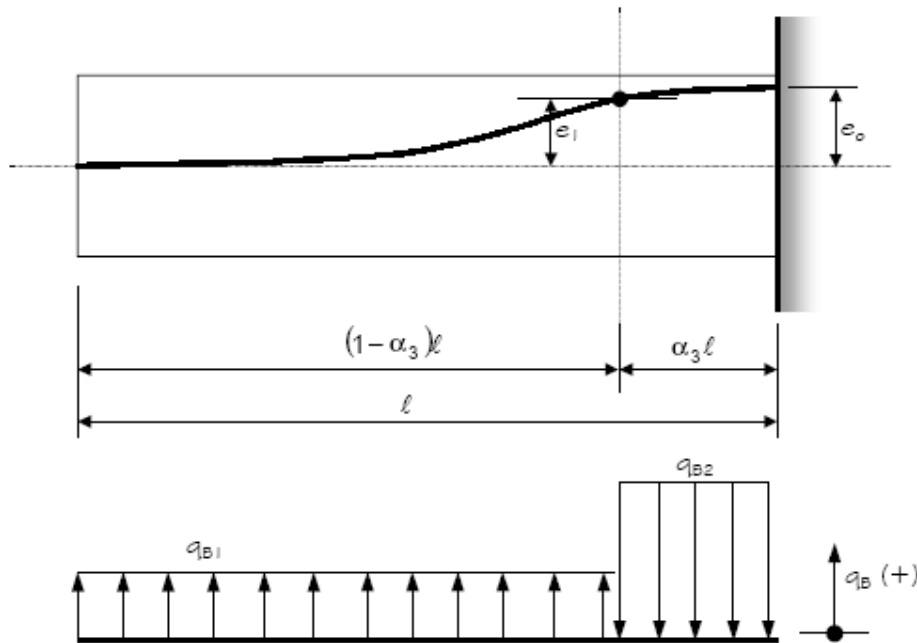


Figura 20 - Cálculo da Carga Equilibrada com a Protensão - Balanços

Onde:

$$q_{B1} \cong \frac{2P \cdot e_1}{(1 - \alpha_3) \cdot \ell^2} \quad q_{B2} = \frac{-2P \cdot e_0}{(\alpha_3 \cdot \ell)^2}$$

sendo: $e_1 \cong (1 - \alpha_3) \cdot e_0 \rightarrow \alpha_3 = 0,05$ a $0,20$ dependendo do vão do balanço.

5.3.6 Cálculo da quantidade de cabos

Definida a força de protensão necessária para equilibrar o carregamento previsto, deve-se calcular a quantidade de cabos para alcançar essa força de protensão. A tensão atuante em cada cabo deve respeitar os limites previstos pela norma brasileira.

A NBR 6118 prescreve que a tensão na armadura de protensão na saída do aparelho de tração deve respeitar os seguintes limites para a pós-tração:

$$\text{Aços de relaxação normal (RN):} \quad \sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,74.f_{ptk} \\ 0,87.f_{pyk} \end{cases}$$

$$\text{Aços de relaxação baixa (RB):} \quad \sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,74.f_{ptk} \\ 0,82.f_{pyk} \end{cases}$$

Onde: f_{ptk} : é a tensão característica de ruptura do aço
 F_{pyk} : é a tensão característica de escoamento do aço

5.3.7 Distribuição dos cabos em planta

Os esforços em um pavimento em laje lisa concentram-se com maior intensidade nas regiões das faixas dos apoios. Dessa forma, recomenda-se que essas regiões apresentem uma maior concentração de cabos. O Comitê 423 do ACI apresenta a seguinte recomendação para a distribuição dos cabos em planta:

- Faixa dos pilares : 65 a 75% dos cabos.
- Faixa central : 25 a 35% dos cabos.

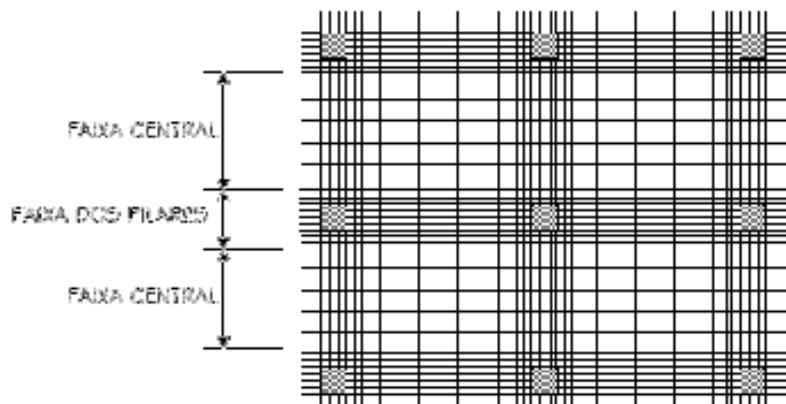


Figura 21 – Distribuição dos Cabos em planta sugerida pelo Comitê 423 do ACI

De acordo com SOUZA & CUNHA (1998), as vantagens de usar cabos concentrados nas faixas dos pilares são:

- Uma melhor aproximação com a distribuição de momentos na laje;

- Aumento da resistência à punção;
- Aumento da resistência próximo ao pilar para a transferência de momentos de ligação laje-pilar.

Entretanto, pode ser encontrada dificuldade para concentrar os cabos nas faixas dos pilares devido às altas taxas de armadura existentes nestes. Contudo, recomenda-se passar o mínimo de 2 cabos sobre os pilares.

Dependendo da situação podem-se buscar distribuições alternativas dos cabos como, por exemplo, concentrar os cabos em faixas sobre os pilares em uma direção e distribuí-los na outra, ou ainda a colocação de cabos apenas sobre as faixas dos pilares e armando com ferragem passiva os painéis internos. Algumas dessas alternativas serão estudadas e avaliadas nos exemplos numéricos apresentados neste trabalho.

Em geral, no detalhamento de lajes com protensão não-aderente, é comum o uso de agrupamentos de cabos denominados feixes. Segundo a NBR 6118, no subitem 18.6.2.2, os cabos alojados em bainhas na pós-tração podem constituir grupos de dois, três e quatro cabos nos trechos retos, desde que não ocorram disposições em linha com mais de dois cabos adjacentes. Nos trechos curvos podem ser dispostos apenas em pares, cujas curvaturas estejam em planos paralelos, de modo a não existir pressão transversal entre eles.

Ainda de acordo com esta norma brasileira, os cabos dispostos em faixas externas (*faixa dos apoios*) devem estar contidos numa porção de laje, de tal forma que a largura desta não ultrapasse a dimensão em planta do pilar de apoio, tomada transversalmente à direção longitudinal da faixa, acrescida de 3,5 vezes a espessura da laje, para cada um dos lados do pilar, conforme ilustra a figura abaixo.

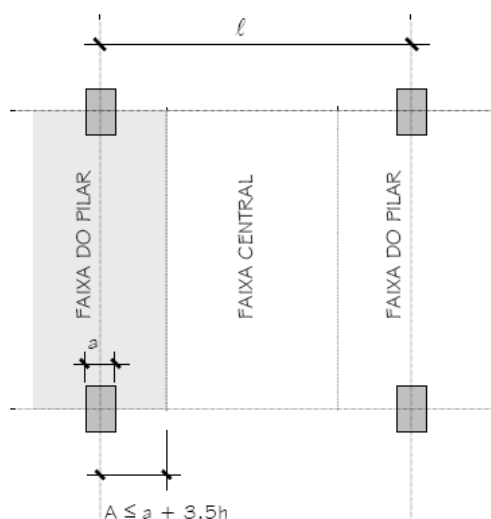


Figura 22 - Largura recomendável para distribuição dos cabos na região dos pilares – Fonte: EMERICK

Onde:

A : largura da faixa para a distribuição dos cabos;

a : largura do pilar na direção transversal à faixa;

h : espessura da laje;

ℓ : vão entre apoios na direção transversal à faixa.

Outro ponto importante na distribuição dos cabos em planta diz respeito ao espaçamento entre os cabos. A NBR 6118, no subitem 18.6.2.3 prescreve que os elementos da armadura de protensão devem estar suficientemente afastados entre si, de modo a ficar garantido o seu perfeito envolvimento pelo concreto.

Os afastamentos na direção horizontal visam permitir a livre passagem do concreto e, quando for empregado vibrador de agulha, a sua introdução e operação. Os valores mínimos dos espaçamentos estão indicados nas tabelas seguintes extraídas da própria norma.

Tabela 7 - Espaçamentos mínimos entre bainhas - Caso de pós-tração – Fonte: NBR 6118

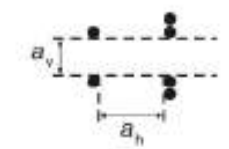
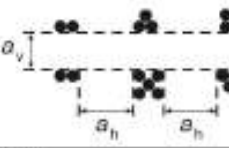
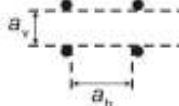
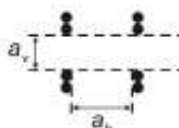
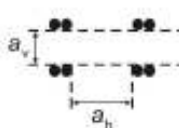
Disposição das bainhas	Espaço livre	
	a_h (horizontal)	a_v (vertical)
	$\geq \phi_{ext}$ $\geq 4\text{cm}$	$\geq \phi_{ext}$ $\geq 5\text{cm}$
	$\geq 1,2\phi_{ext}$ $\geq 4\text{cm}$	$\geq 1,5\phi_{ext}$ $\geq 5\text{cm}$
onde: ϕ_{ext} é diâmetro externo da bainha		

Tabela 8 - Espaços mínimos entre bainhas - Caso de pré-tração - *Fonte: NBR 6118*

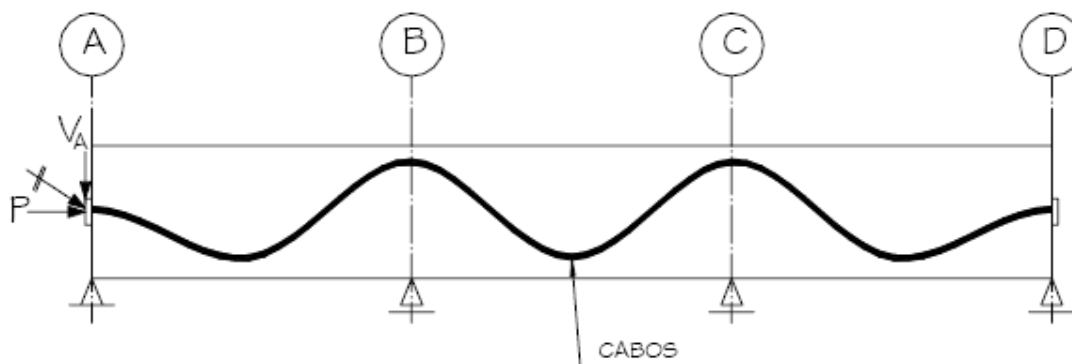
Disposição dos fios ou cordoalhas	Espaço livre	
	a_h (horizontal)	a_v (vertical)
	$\geq 2\phi$ $\geq 1,2d_{\max}$ $\geq 2\text{cm}$	$\geq 2\phi$ $\geq 1,2d_{\max}$ $\geq 2\text{cm}$
	$\geq 3\phi$ $\geq 1,2d_{\max}$ $\geq 2,5\text{cm}$	$\geq 3\phi$ $\geq 1,2d_{\max}$ $\geq 2\text{cm}$
	$\geq 3\phi$ $\geq 1,2d_{\max}$ $\geq 3\text{cm}$	$\geq 3\phi$ $\geq 1,2d_{\max}$ $\geq 3\text{cm}$
onde: ϕ é diâmetro do fio ou cordoalha d_{\max} é diâmetro máximo do agregado		

Segundo a NBR 6118, o espaçamento entre cabos ou feixes de cabos deve ser no máximo $6h$, não excedendo 120 cm.

5.3.8 Cálculo dos momentos isostáticos e hiperestáticos de protensão

5.3.8.1 Efeito Isostático de Protensão

A viga protendida com três vãos, apresentada na Figura 23, mostra os esquemas de forças na viga e no cabo devido ao efeito da protensão, indicadas na Figura 24.

**Figura 23** – Exemplo de traçado de uma Viga Protendida com 3 vãos

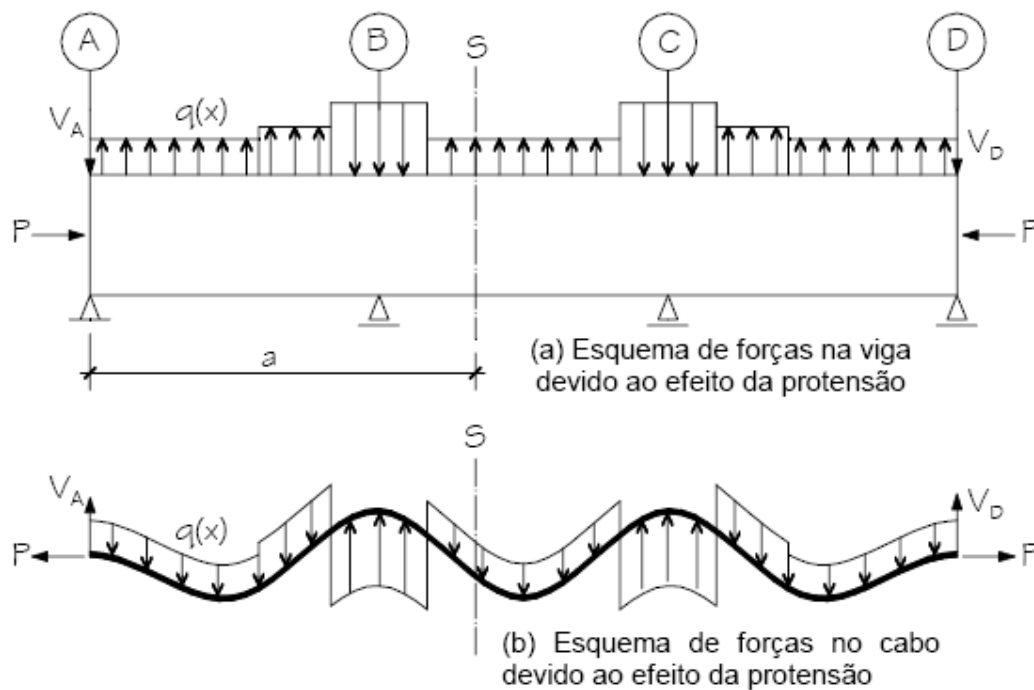


Figura 24 – Exemplo de esquemas de Força para Viga e Cabo

Considere uma seção S posicionada a uma distância “a” da ancoragem. O momento M_{iso} necessário para manter o equilíbrio é denominado momento isostático, ou momento primário e é dado pela seguinte expressão:

$$M_{iso} = \int [q(x) \cdot dx] \cdot x + V_A \cdot a$$

Onde: $q(x)$: intensidade da carga balanceada

V_A : componente vertical da força de protensão aplicada na ancoragem

Considerando agora o esquema de forças para o cabo na mesma seção S, obtém-se:

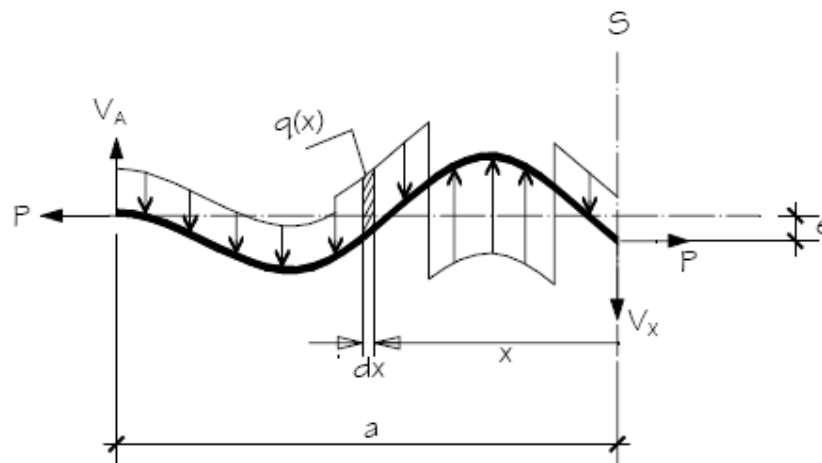


Figura 25 - Esquema de Força no Cabo

$$P \times e = \int [q(x).dx]x + V_A.a$$

Comparando-se as duas expressões anteriores, notamos que $M_{iso} = P \times e$. Observa-se que a definição do momento isostático é independente das condições de apoio da viga e das cargas balanceadas.

5.3.8.2 Efeito Hiperestático de Protensão

Considere a mesma viga protendida da figura anterior e imagine que os dois apoios intermediários fossem retirados. Após a protensão dos cabos a viga apresenta um deslocamento vertical para cima. Entretanto, devido à existência dos apoios ela não poderá se deslocar surgindo as reações indicadas na figura seguinte, chamadas de reações hiperestáticas ou secundárias.

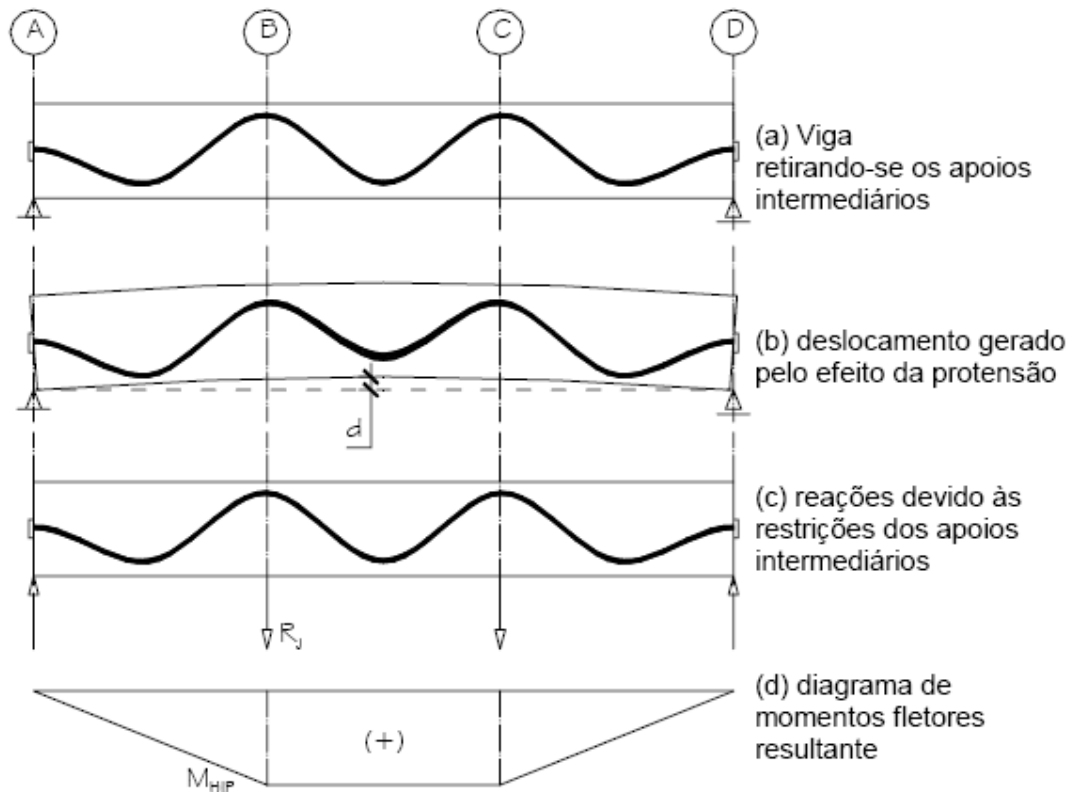


Figura 26 - Efeito Hiperestático de Protensão apenas para vigas

Nas estruturas hiperestáticas, a continuidade da estrutura se opõe à livre deformação de cada trecho, sob efeito das solicitações de protensão, dando origem a momentos fletores e esforços cortantes. Esse fato é denominado efeito hiperestático de protensão.

Segundo PFEIL (1983), no que diz respeito à redistribuição de momentos hiperestáticos, decorrente da inelasticidade da estrutura, é muito mais complexo que a redistribuição dos esforços provocados pelas cargas atuantes, sendo três fatores principais que influenciam o fenômeno:

- As reduções locais de rigidez nas seções fissuradas produzem uma redistribuição dos efeitos hiperestáticos de protensão;
- A plastificação da estrutura diminui o grau de hiperstaticidade, o que provoca uma redução nos valores dos momentos hiperestáticos de protensão;
- Com o aumento das solicitações atuantes, o esforço de protensão sofre um aumento nas seções fissuradas, porém, mantém-se aproximadamente inalterado na maior parte do comprimento da viga.

5.3.8.3 Momento balanceado

O momento balanceado é o momento total gerado pelo carregamento equivalente da protensão. Seja de um cabo ou de vários.

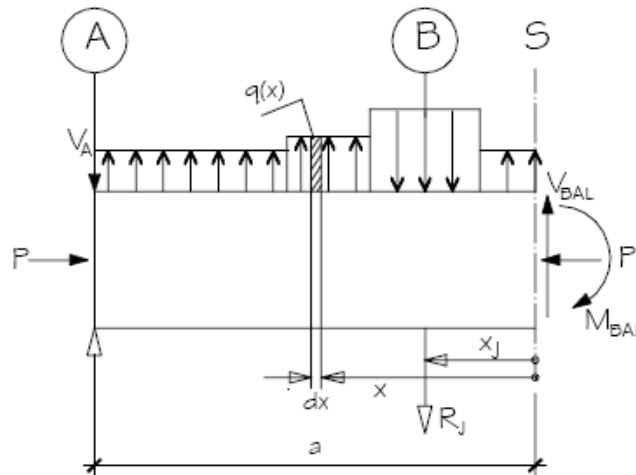


Figura 27 - Esquemas de Forças na Viga -Seção S

Para o equilíbrio da seção tem-se que:

$$M_{bal} = \int [q(x).dx].x + V_A . a + \sum R_j . x_j$$

Logo: $M_{bal} = M_{iso} + M_{Hip}$

Portanto, os esforços obtidos com o método das cargas equilibrantes incluem o efeito isostático e o hiperestático. Dessa forma, para a obtenção dos esforços devidos ao efeito hiperestático podem-se calcular os esforços gerados pela carga equilibrada com a protensão.

$$M_{Hip} = M_{bal} - P \times e$$

5.3.9 Verificação do estado limite último (ELU)

5.3.9.1 Verificação do ELU para o tempo infinito com Armadura de Protensão Aderente

O estado limite último (ELU) corresponde a uma condição limite convencional a partir da qual a seção transversal não pode ser mais utilizada, por ter sofrido ruptura do concreto ou deformações plásticas excessivas do aço. O cálculo no ELU por flexão da seção transversal pode ser feito considerando as seguintes hipóteses:

- As deformações das fibras são proporcionais à sua distância ao eixo neutro, ou seja, as seções planas permanecem planas até a ruptura;
- A intensidade e a posição da resultante dos esforços que atuam na região comprimida do concreto podem ser deduzidas de um diagrama de tensões simplificado. Os diagramas mais utilizados são o parábola-retângulo e o retangular equivalente;
- Após a fissuração, a resistência à tração do concreto é totalmente desprezada;
- Sob influência das solicitações, as armaduras passivas ficam sujeitas às mesmas deformações unitárias médias que o concreto adjacente.
- Para as armaduras passivas as tensões são obtidas diretamente do diagrama tensão-deformação correspondente do aço.

Para as armaduras protendidas aderentes, deve-se considerar além da deformação devido à curvatura do concreto, o pré-alongamento aplicado devido à protensão.

Para armaduras não aderentes deve-se considerar também o pré-alongamento do aço devido a protensão. Entretanto, o cabo não aderente não acompanha o alongamento unitário do concreto, de modo que a tensão σ_{pd} , no estado limite, é inferior à que seria obtida no caso do cabo aderente. Assim, a contribuição do cabo não aderente, para o momento resistente é inferior à do cabo aderente.

Cabe observar que nas armaduras protendidas o alongamento máximo é contado a partir do estado de descompressão da seção, que é uma situação fictícia onde a protensão equilibra uma parcela de carga externa tal que anule todas as tensões na seção transversal de concreto. A máxima tensão atingida pelo concreto será de $\sigma_{cd} = 0,85.f_{cd}$.

Com relação à verificação do ELU, a NBR 6118 prescreve que devem ser considerados, além do efeito de outras ações, apenas os esforços solicitantes hiperestáticos de protensão. O efeito isostático de protensão não deve ser incluído.

VERÍSSIMO (1998) apresenta o seguinte procedimento para o cálculo da capacidade resistente de uma seção de concreto protendido ao momento fletor:

- Determina-se o valor de cálculo da força de protensão;
- Calcula-se o pré-alongamento de armadura ativa;
- Determina-se o alongamento e a respectiva tensão no cabo de protensão, em função da rotação da seção provocada pelo momento fletor. No caso de cabos aderentes, a determinação desse alongamento é feita com base na hipótese de aderência perfeita entre aço e concreto. Entretanto, no caso de cabos não aderentes, a análise pode ser feita de forma aproximada levando em conta um coeficiente de aderência, entre o cabo e a laje, o qual pode variar entre 0 (*cabo idealmente não aderente*) e 1 (*cabo aderente*).
- Verifica-se o equilíbrio da seção. Caso a força de tração na armadura ativa seja menor que a força de compressão no concreto, deve ser acrescentada uma armadura passiva complementar. Caso a força de tração na armadura ativa seja maior ou igual à força de compressão no concreto, a armadura é suficiente para suportar o carregamento atuante. Neste caso, deve-se colocar a armadura passiva mínima recomendada pela norma.

A figura abaixo apresenta o esquema de forças em uma seção no domínio III com diagrama retangular equivalente de tensões no concreto.

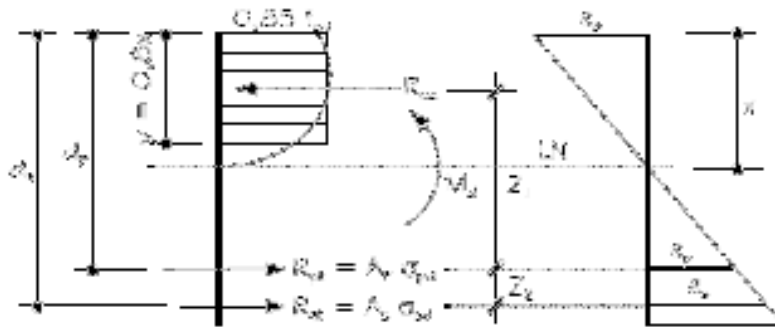


Figura 28 - Seção de Concreto Protendido no domínio III

Equações de Equilíbrio da seção:

$$\begin{aligned} \sum F_H = 0 & \dots\dots\dots R_{cc} = R_{pt} + R_{st} \\ \sum M = 0 & \dots\dots\dots M_d = R_{cc} \cdot z_1 + R_{st} \cdot z_2 \end{aligned}$$

Analisando-se as equações de equilíbrio pode-se afirmar que:

- Se $R_{pt} < R_{cc}$, deve-se colocar armadura passiva para equilibrar a seção, sendo:

$$R_{st} = R_{cc} - R_{pt} \qquad As = \frac{R_{st}}{f_{yd}}$$

- Se $R_{pt} \geq R_{cc}$ será necessário somente usar armadura passiva mínima, pois supõe-se que os cabos de protensão estarão resistindo com segurança aos esforços de tração que surgiriam na seção.

Buscando-se o equilíbrio da seção apenas com a armadura de protensão e a capacidade de compressão do concreto, tem-se a relação $R_{pt} = R_{cc}$ com o uso da armadura passiva mínima (A_{smin}).

- Resistência à tração do aço de protensão

$$f_{ptd} = \frac{f_{ptk}}{\gamma_s}$$

$$f_{pyd} = \frac{f_{pyk}}{\gamma_s} = \frac{0,9 \cdot f_{ptk}}{\gamma_s}$$

$$\varepsilon_{pyd} = \frac{f_{pyd}}{E_p} \quad \varepsilon_u = 50\%$$

$$\sigma_p = f_{pyd} + \left(\frac{\varepsilon_p - \varepsilon_{pyd}}{\varepsilon_u - \varepsilon_{pyd}} \right) \times (f_{ptd} - f_{pyd})$$

$$R_{pt} = \sigma_p \times A_p$$

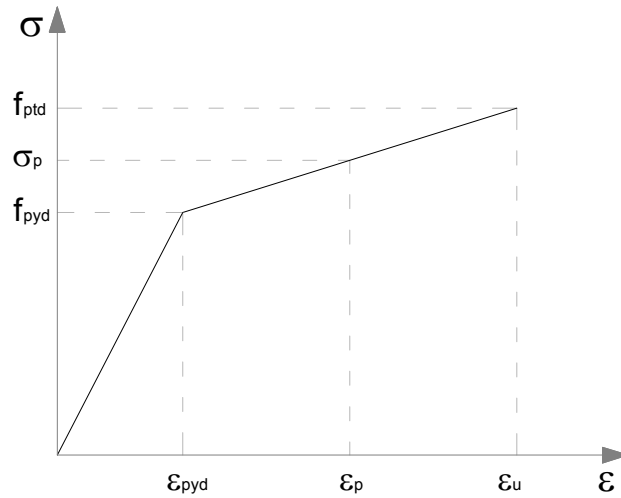


Figura 29 - Diagrama Tensão x Deformação Simplificado do Aço

- Deformação unitária total da armadura protendida aderente (ε_p)

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{sp} + \varepsilon_i$$

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{sp} + \varepsilon_{po} + \varepsilon_{pn} \quad \varepsilon_{sp} = 10\text{‰} \quad \varepsilon_{syd} \leq \varepsilon_{sp} \leq 10\text{‰}$$

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{sp} + \frac{P_o}{E_p \cdot A_p} + \left(-\frac{\sigma_{cpn}}{E_c} \right)$$

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{sp} + \frac{P_o}{E_p \cdot A_p} + \left[-\left[\frac{P_o}{E_c} \times \left(\frac{1}{A_c} + \frac{e_p^2}{I_c} \right) + \frac{\gamma_f \cdot M_{g1}}{E_c \cdot I_c} \times e_p \right] \right]$$

- Esforço de compressão da seção de concreto (R_{cc})

$$R_{cc} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot \psi \times 0,80 \cdot x \cdot b_f$$

Onde:

br: Largura da mesa comprimida

Ψ : Coeficiente de correção das tensões de compressão

x : Posição da linha neutra em relação à borda superior

$$\psi = 1, \text{ quando } \varepsilon_c = 3,5\text{‰}$$

$$\psi = 1,25 \times \left(1 - \frac{0,002}{3 \cdot \varepsilon_c} \right), \text{ quando } 2\text{‰} \leq \varepsilon_c \leq 3,5\text{‰} \quad [\text{Domínio 3}]$$

$$\psi = 1,25 \times \frac{\varepsilon_c}{0,002} \times \left(1 - \frac{1}{3} \times \frac{\varepsilon_c}{0,002} \right), \text{ quando } \varepsilon_c < 2\text{‰}$$

- Posição da Linha Neutra

Havendo armaduras em níveis diferentes, a expressão de deformação unitária total da armadura protendida aderente pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\varepsilon_{pp} = \varepsilon_s + \varepsilon_p = \varepsilon_c \times \left(\frac{d_s - x}{x} \right) + \varepsilon_c \times \left(\frac{d_p - x}{x} \right)$$

Com o valor do “ ε_p ” calculado anteriormente, pode-se isolar a variável “ x ” a fim de se obter a equação que fornecerá a posição da linha neutra em relação à borda superior da seção.

$$x = \frac{d_s + d_p}{\frac{\varepsilon_p + \varepsilon_s}{\varepsilon_c} + 2}$$

Para encontrar-se o valor de “ x ”, deve-se estimar o valor da deformação do concreto (ε_c) de 1 a 3,5‰ até ocorrer a “igualdade ou equilíbrio” dos esforços de tração (R_{pt}) e de compressão (R_{cc}).

- Momento Resistente de Cálculo (M_{rd})

Do equilíbrio da seção tem-se:

$$M_{rd} = R_{cc} \cdot z_1 + R_{st} \cdot z_2$$

Admitindo-se que a armadura passiva mínima não contribua no equilíbrio da seção, tem-se:

$$M_{rd} = R_{cc} \cdot z_1$$

Portanto, a segurança à ruína definida no ELU ficará assegurada quando existir a condição:

$$M_{rd} \geq M_d$$

Onde “ M_d ” é o momento fletor proveniente da combinação de esforços para ELU devidos às cargas externas atuantes.

5.3.9.2 Verificação do ELU para o tempo infinito com Armadura de Protensão Não Aderente

No caso de lajes protendidas sem aderência, a hipótese de solidariedade perfeita entre o cabo e o concreto que o envolve não é válida. Sendo assim, a determinação da tensão na armadura de protensão é diferente da feita anteriormente.

No subitem 17.2.2 da NBR 6118, para armaduras ativas não aderentes, na falta de valores experimentais e de análises não-lineares adequadas, os valores do acréscimo das tensões para estruturas usuais de edifícios estão apresentados a seguir, devendo ainda ser divididos pelos devidos coeficientes de ponderação:

- Para elementos com relação vão/altura útil igual ou menor que 35:

$$\Delta\sigma_p = 70 + \frac{f_{ck}}{100 \cdot \rho_p} \text{ [MPa]}, \text{ não podendo ultrapassar 420 MPa}$$

- Para elementos com relação vão/altura útil maior que 35:

$$\Delta\sigma_p = 70 + \frac{f_{ck}}{300 \cdot \rho_p} \text{ [MPa]}, \text{ não podendo ultrapassar 210 MPa}$$

Sendo:

$$\rho_p = \frac{A_p}{b_c \cdot d_p}$$

Onde:

$\Delta\sigma_p$ e f_{ck} são dados em megapascal;

ρ_p é a taxa geométrica da armadura ativa;

b_c é a largura da mesa de compressão;

d_p é a altura útil referida à armadura ativa;

Portanto, para tensão final tem-se:

$$\sigma_{pu} = \sigma_{p,\infty} + \Delta\sigma_p$$

Onde:

σ_{pu} : é a tensão na armadura ativa quando da ação do momento último.

$\sigma_{p,\infty}$: é a tensão efetiva na armadura ativa (*considerando todas as perdas*)

$\Delta\sigma_p$: o acréscimo das tensões calculado acima.

Com este valor da tensão no aço no estado limite último, é possível prosseguir com a verificação de equilíbrio, mostrada anteriormente para a protensão com aderência.

5.3.9.3 Verificação do ELU no Ato da Protensão

No subitem 17.2.4.3.2 da NBR61118:2003, na verificação simplificada, admite-se que a segurança em relação ao estado limite último no ato de protensão seja verificada no estágio I (*concreto não fissurado e comportamento elástico linear dos materiais*), desde que as seguintes condições sejam satisfeitas:

- a) A tensão máxima de compressão na seção de concreto, obtida através das solicitações ponderadas de $\gamma_p = 1,1$ e $\gamma_f = 1,0$ não deve ultrapassar 70% da resistência característica f_{ckj} prevista para a idade de aplicação da protensão;
- b) A tensão máxima de tração do concreto não deve ultrapassar 1,2 vezes a resistência à tração f_{ctm} correspondente ao valor f_{ckj} especificado;
- c) Quando nas seções transversais existirem tensões de tração, deve haver armadura de tração calculada no estágio II. Para efeitos de cálculo, nessa fase da construção, a força nessa armadura pode ser considerada igual à resultante das tensões de tração no concreto no estágio I. Essa força não deve provocar, na armadura correspondente, acréscimos de tensão superiores a 150 MPa no caso de fios ou barras lisas e a 250 MPa em barras nervuradas.

Além das hipóteses básicas apresentadas no item 5.3.8.1, devem ainda ser respeitadas as seguintes hipóteses suplementares:

- d) Considera-se como resistência característica do concreto f_{ckj} aquela correspondente à idade fictícia j (*em dias*), no ato da protensão, sendo que a resistência de f_{ckj} deve ser claramente especificada no projeto;
- e) Para esta verificação, admitem-se os seguintes valores para os coeficientes de ponderação, com as cargas que efetivamente atuarem nessa ocasião:
 - $\gamma_c = 1,2$;
 - $\gamma_s = 1,15$;
 - $\gamma_p = 1,0$ na pré-tração;
 - $\gamma_p = 1,1$ na pós-tração;
 - $\gamma_f = 1,0$ para as ações desfavoráveis;
 - $\gamma_f = 0,9$ para as ações favoráveis.

Com estas condições, é possível fazer a mesma verificação de equilíbrio, mostrada anteriormente para a protensão com aderência, para o tempo infinito.

5.3.9.4 Verificação do ELU ao Puncionamento

A NBR 6118 basicamente é uma adaptação do Código Modelo da CEB/90 estabelecendo a formação de três perímetros críticos para obterem-se níveis seguros contra a ruptura. Para as lajes sem armadura de punção são necessárias duas verificações em duas superfícies críticas, sendo uma na face do pilar e a outra a uma distancia de “2d” da sua face. Para as lajes com armadura de punção devem ser feitas duas verificações nas superfícies críticas e ainda deve ser analisado outro perímetro crítico localizado além da região armada para garantir a integridade do concreto quanto ao efeito da punção.

Existem três tipos de ligação de pilares em pavimentos de lajes lisas: pilar interno, pilar de borda e pilar de extremidade, como indica a Figura 30.

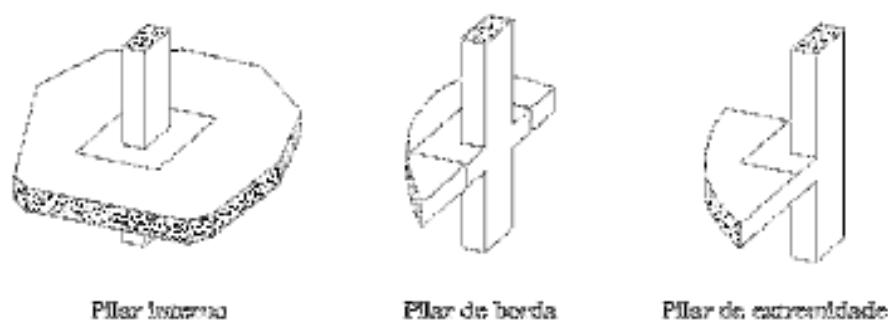


Figura 30 - Tipos de ligação Laje-Pilar para o puncionamento – Fonte: Almeida (2002)

Cada uma destas ligações possui características próprias com sua geometria e tipo de ruptura. A Figura 31 ilustra os perímetros críticos e sua verificação nos vários tipos de ligação laje-pilar.

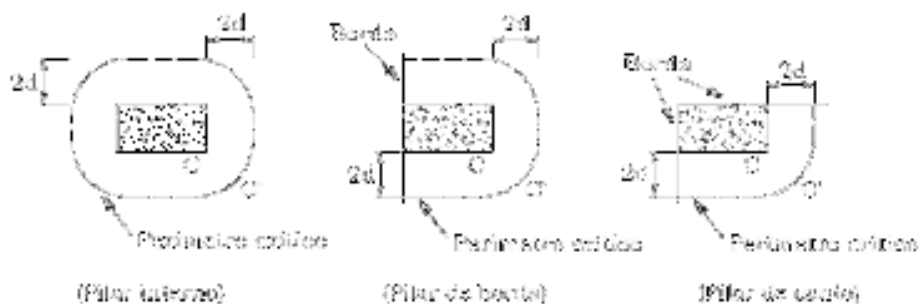


Figura 31 - Perímetro crítico dos pilares

Para a verificação da tensão na superfície crítica na face do pilar, o cálculo é associado à compressão da biela comprimida de concreto, e visa quantificar a máxima resistência que a ligação pode apresentar. A tensão resistente de cálculo é dada pela seguinte expressão:

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd}$$

Onde:

$$\alpha_v = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (f_{ck} \text{ em MPa})$$

Para a verificação da tensão na superfície crítica a uma distância “2d” da face do pilar, deve-se conferir a presença de armadura de punção.

- Para lajes sem armadura de punção:

$$\tau_R = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{20/d}\right) \cdot \left(\sqrt[3]{100 \cdot \rho \cdot f_{ck}}\right)$$

- Para lajes com armadura de punção:

$$\tau_R = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{20/d}\right) \cdot \left(\sqrt[3]{100 \cdot \rho \cdot f_{ck}}\right) + 1,5 \cdot \left(\frac{d}{s_r}\right) \cdot \left(\frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \sin \alpha}{u_1 \cdot d}\right)$$

Onde:

d : altura útil da laje, em cm

A_{sw} : corresponde a área de armadura de punção localizada em um contorno paralelo ao perímetro crítico adotado;

s_r : espaçamento radial, sendo adotado valores inferiores a 0,75.d

α : ângulo entre a armadura e o plano médio da laje;

f_{ywd} : resistência de cálculo da armadura de punção;

ρ : taxa geométrica de armadura de flexão aderente. No caso de armadura não aderente o “r” deve ser desprezado;

f_{ck} : resistência característica à compressão do concreto aos 28 dias.

A tensão resistente à punção deve ser no mínimo igual à tensão de cálculo devido aos carregamentos atuantes e também do posicionamento dos pilares no pavimento.

$$\tau_R \geq \tau_{sd}$$

Quando o carregamento for considerado simétrico, a tensão de cálculo no contorno C’ (região compreendida entre o perímetro C e distante “2d” deste contorno) sem transferência de momento da laje para o pilar será:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} + \frac{K \cdot M_{sd}}{W_p \cdot d}$$

Onde:

- τ_{sd} : tensão cisalhamento atuante de cálculo, no perímetro crítico.
- u : perímetro crítico do contorno C'
- d : altura útil da laje
- F_{sd} : corresponde a força aplicada (*ou reação*) de cálculo
- M_{sd} : momento de cálculo transferido da laje para o pilar
- K : coeficiente que fornece a parcela do M_{sd} transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende das dimensões do pilar;
- W_p : módulo de resistência plástica do perímetro crítico, que depende da forma do pilar (circular, retangular, etc)

Quando é levada em consideração a força de protensão, é feito um equilíbrio entre a tensão de cisalhamento na superfície crítica a “ $2d$ ” da face do pilar com a tensão devida ao efeito dos cabos inclinados que atravessam a superfície crítica e que passem a menos de “ $d/2$ ” da face do pilar, observado na Figura 32.

$$\tau_{sd,ef} = \tau_{sd} - \tau_{pd}$$

Onde:

$\tau_{sd,ef}$: tensão de cisalhamento efetivo de cálculo

τ_{pd} : tensão vertical devido à força de protensão $\tau_{pd} = \frac{P_{\infty} \cdot \sin \alpha}{u \cdot d}$

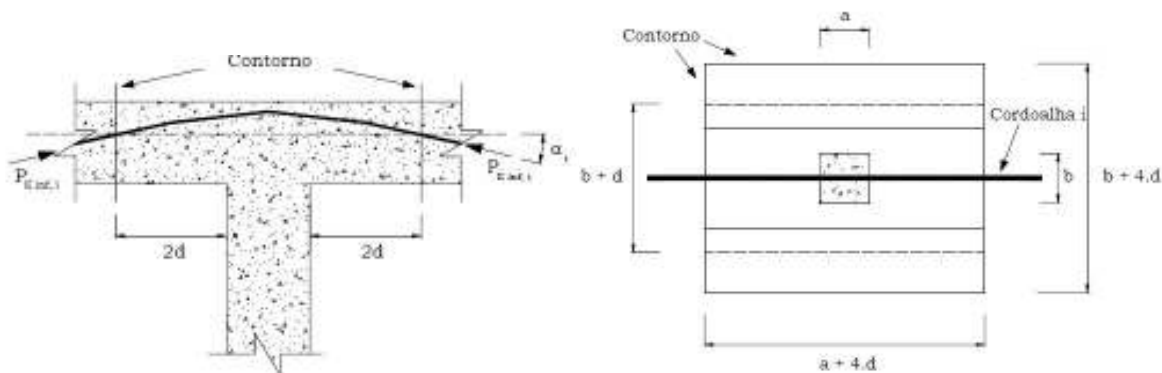


Figura 32 - Efeito favorável da inclinação dos cabos. Fonte: Almeida (2002)

5.3.9.5 Verificação do estado limite de serviço (ELS)

A análise dos ELS no sentido longitudinal pode mostrar que certas partes estão integras (*estádio I*) e outras encontram-se fissuradas (*estádio II*). A distinção entre essas fases é definida pelo momento de fissuração. A norma brasileira indica a seguinte expressão:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t}$$

Onde:

- α : fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta. ($\alpha = 1,2$ para seções T ou duplo T e $\alpha = 1,5$ para seções retangulares);
- y_t : distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;
- I_c : momento de inércia da seção bruta de concreto;
- f_{ct} : resistência à tração direta do concreto, conforme 8.2.5 da NBR 6118, com o quantil apropriado a cada verificação particular.

Para determinação do momento de fissuração deve ser usado o $f_{ctk,inf}$ no estado limite de formação de fissura e o $f_{ct,m}$ no estado limite de deformação excessiva.

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m}$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 \cdot f_{ct,m}$$

No caso da utilização de armaduras ativas deve ser considerado o efeito da protensão no cálculo do momento de fissuração.

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} + \frac{P \cdot I_c}{A_c \cdot y_t} + P \cdot e$$

5.3.9.6 Verificação do Estado Limite de Deformação Excessiva

Nos elementos estruturais com armaduras ativas é suficiente considerar $(EI)_{eq} = E_{cs} \cdot I_c$, desde que não seja ultrapassado o estado limite de formação de fissuras. Caso contrário, a expressão mostrada a seguir pode ser usada desde que I_{II} , M_r e M_a sejam calculados considerando o elemento estrutural de concreto submetido à combinação de ações escolhida, acrescida da protensão representada como ação externa equivalente gerando força normal e momento fletor.

$$(EI)_{eq} = E_{cs} \cdot \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c$$

onde:

- I_c : momento de inércia da seção bruta de concreto;
- I_{II} : momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II, calculado com $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}}$;
- M_a : momento fletor na seção crítica do vão considerado, momento máximo no vão para vigas biapoiadas ou contínuas e momento no apoio para balanços, para a combinação de ações considerada nessa avaliação;
- M_r : momento de fissuração do elemento estrutural, cujo valor deve ser reduzido à metade no caso de utilização de barras lisas;
- E_{cs} : módulo de elasticidade secante do concreto.

Tipos de Flechas

- Flecha imediata ou inicial é o valor de deslocamento obtido no instante de aplicação da carga sem considerar a parcela relativa à deformação por fluência.
- Flecha final ou diferida no tempo é o valor de deslocamento obtido com a consideração da passagem de um período de tempo, normalmente é o valor da flecha inicial multiplicado por um fator que considera os efeitos da deformação por fluência.

Deve-se destacar a verificação final das flechas em relação ao valor limite obtido da Tabela 13.2 da NBR 6118.

5.3.9.7 Verificação do Estado Limite de Fissuração

A verificação do estado limite de fissuração inaceitável (ELS-W) é feita admitindo que a seção esteja no estágio II. Segundo a NBR 6118 para a protensão limitada ou parcial essa verificação é feita com a combinação freqüente de ações. Portanto, deve-se seguir alguns passos a fim de analisar as condições da seção.

1º Passo: verificar se para essa combinação a seção de fato atingiu o estágio II, o que pode ser feito da seguinte maneira:

$$\sigma_{t,\max} = \frac{P}{A} - \frac{M}{W}$$

Onde “ $\sigma_{t,\max}$ ” é a máxima tensão de tração no estágio I.

- Se $\sigma_{t,\max} > 0$ indica compressão em toda a seção. Dessa forma, o ELS-W estaria automaticamente atendido (estádio I).
- Se $\sigma_{t,\max} < 0$ indica tração na seção. Neste caso:
 - Se $|\sigma_{t,\max}| \leq \alpha \cdot f_{ctk,inf} \rightarrow$ seção no estágio I, pois atende ao estado ao Estado Limite de Formação de Fissuras (ELS-F), logo o ELS-W está automaticamente atendido.
 - $\alpha = 1,2 \rightarrow$ para elementos estruturais de seções T e duplo T.
 - $\alpha = 1,5 \rightarrow$ para elementos estruturais de seções retangulares.
 - Se $|\sigma_{t,\max}| > \alpha \cdot f_{ctk,inf} \rightarrow$ seção no estágio II, neste caso deve-se seguir com a verificação (2º passo)

2º Passo: Cálculo do acréscimo de tensão na armadura no estágio II. O cálculo é feito para uma faixa de largura unitária, considerando um diagrama linear na compressão e desprezando a resistência à tração do concreto.

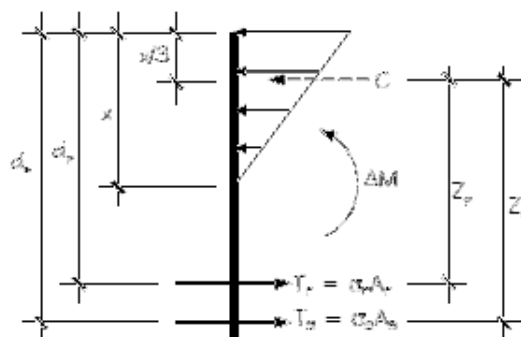


Figura 33 - Equilíbrio da seção no Estádio II – Fonte EMERICK

Para que ocorra equilíbrio da seção:

$$\Delta M = T_s \cdot z_s + T_p \cdot z_p$$

$$\Delta M = \sigma_s \cdot A_s \cdot \left(d_s - \frac{x}{3} \right) + \sigma_p \cdot A_p \cdot \left(d_p - \frac{x}{3} \right)$$

$$\sigma_s = \frac{\Delta M}{A_s \cdot (d_s - x/3)} - \frac{\sigma_p \cdot A_p \cdot (d_p - x/3)}{A_s \cdot (d_s - x/3)}$$

onde:

σ_s : acréscimo de tensão no centro de gravidade da armadura considerada, entre o Estado Limite de Descompressão e o carregamento considerado. Deve ser calculada no Estádio II considerando toda a armadura ativa, inclusive dentro de bainhas.

ΔM : acréscimo de momento entre o estado limite de descompressão e o carregamento considerado (em geral, combinação freqüente das ações).

A favor da segurança, pode-se admitir a tensão na armadura protendida como sendo a tensão provocada pelo pré-alongamento do cabo, ou seja:

$$\sigma_p = \frac{P_n}{A_p} \quad \dots\dots P_n = P_d + \alpha_p \cdot A_p \cdot \sigma_{cp} \quad \dots\dots \sigma_{cp} = \frac{P_d}{A_c} + \frac{P_d \cdot e_p^2}{I_c}$$

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_c}$$

O acréscimo de momento pode ser escrito da seguinte maneira:

$$\Delta M = M_{ext} - P_n \cdot e_p$$

Sendo:

M_{ext} : momento devido ao carregamento externo considerado. Em geral, momento devido à combinação freqüente das ações.

e_p : excentricidade de CG do cabo em relação ao CG da seção.

P_d : força de protensão de cálculo, em geral adota-se P_d (protensão no tempo infinito após todas as perdas)

A_p : área da armadura ativa

O acréscimo de tensão (σ_s) pode ser obtido recorrendo-se ao processo iterativo descrito no ELU, arbitrando o valor da deformação do concreto (ϵ_c) até ocorrer o equilíbrio de resistência de compressão do concreto e a resistência do aço. Desta maneira determina-se a posição da linha neutra. Entretanto, simplifcadamente pode-se adotar um valor médio para a posição da linha neutra (EMERICK [2003]).

$$x \cong 0,39 \cdot d_s$$

Substituindo “x” e “ σ_p ” na equação do “ σ_s ” e ainda admitindo que $d_s \cong d_p$ obtém-se:

$$\sigma_s = \frac{1,64 \cdot \Delta M}{A_s \cdot d_s} - \frac{P_n}{A_s}$$

3º Passo: Cálculo da região de envolvimento protegida por uma barra da armadura passiva. No cálculo da abertura de fissuras admite-se que apenas as armaduras passivas (*ou ativas fora da bainha*) combatem à fissuração.

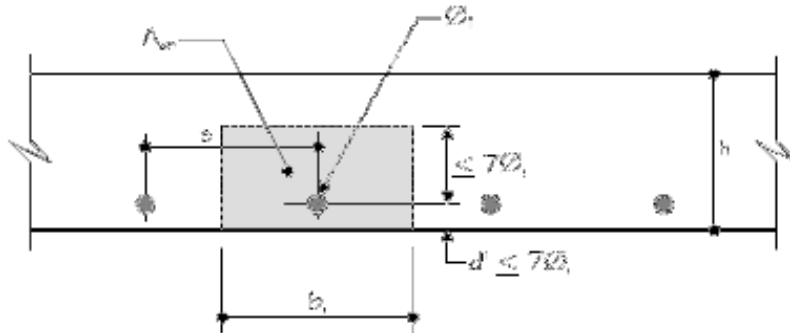


Figura 34 - Região de envolvimento protegida pela barra ϕ_i - Fonte: EMERICK

Onde:

A_{cri} : área da região de envolvimento protegida pela barra ϕ_i , em cm^2 ;

$$b_i \leq \begin{cases} s - \text{espaçamento entre as barras da armadura passiva, em cm} \\ 14 \cdot \phi_i \text{ em cm} \end{cases}$$

4º Passo: Cálculo do acréscimo de tensão na barra

$$\sigma_{si} = b_i \times \sigma_s$$

5º Passo: Cálculo da abertura provável das fissuras (w). É o menor entre os dois valores.

$$w = \frac{\phi_i}{12,5 \cdot \eta_i} \times \frac{\sigma_{si}}{E_{si}}$$

Onde:

E_{si} : módulo de elasticidade da armadura passiva (210.000 MPa)

η_i : coeficiente de conformação superficial da armadura considerada, dado em 9.3.2.1 da NBR 6118 para armaduras passivas e substituído por η_{p1} para armaduras ativas conforme 9.3.2.2.

5.3.10 Detalhamento das armaduras passivas

5.3.10.1 Armaduras passivas mínimas positivas e negativas

Como as lajes armadas nas duas direções têm outros mecanismos resistentes possíveis, os valores mínimos das armaduras positivas são reduzidos em relação aos dados para elementos estruturais lineares. Para melhorar o desempenho e a ductilidade à flexão e à punção, assim como controlar a fissuração, são necessários valores mínimos de armadura passiva, dados na tabela abaixo. Essa armadura deve ser constituída preferencialmente por barras com alta aderência ou por telas soldadas.

Tabela 9 - Valores mínimos para armaduras passivas aderentes. *Fonte: NBR 6118*

Armadura	Elementos estruturais com armadura ativa	Elementos estruturais com armadura ativa aderente	Elementos estruturais com armadura ativa não aderente
Armaduras negativas	$\rho_s \geq \rho_{smin}$	$\rho_s \geq \rho_{smin} \cdot \rho_p \geq 0,67 \rho_{smin}$	$\rho_s \geq \rho_{smin} - 0,3 \rho_p \geq 0,67 \rho_{smin}$
Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{smin}$	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{smin} - \rho_p \geq 0,3 \rho_{smin}$	$\rho_s \geq \rho_{smin} - 0,3 \rho_p \geq 0,5 \rho_{smin}$
Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq \rho_{smin}$	$\rho_s \geq \rho_{smin} - \rho_p \geq 0,5 \rho_{smin}$	$\rho_s \geq \rho_{smin} - 0,3 \rho_p \geq 0,5 \rho_{smin}$
Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$A_{s2} \geq 30\%$ da armadura principal $A_{s2} \geq 0,3 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_s \geq 0,5 \rho_{smin}$		
Onde: $\rho_s = A_s/A_{ch}$ e $\rho_p = A_p/A_{ch}$			

No caso de lajes lisas ou lajes-cogumelo com armadura ativa não aderente, as armaduras passivas positivas devem respeitar os valores mínimos da tabela acima e a armadura negativa passiva sobre os apoios deve ter como valor mínimo:

$$A_s \geq 0,00075 \cdot h \cdot l$$

Onde:

h : altura da laje;

l : vão médio da laje medido na direção da armadura a ser colocada.

Essa armadura deve cobrir a região transversal a ela, compreendida pela dimensão dos apoios acrescida de 1,5 h para cada lado.

O espaçamento máximo entre essas barras deve ser inferior a 33cm.

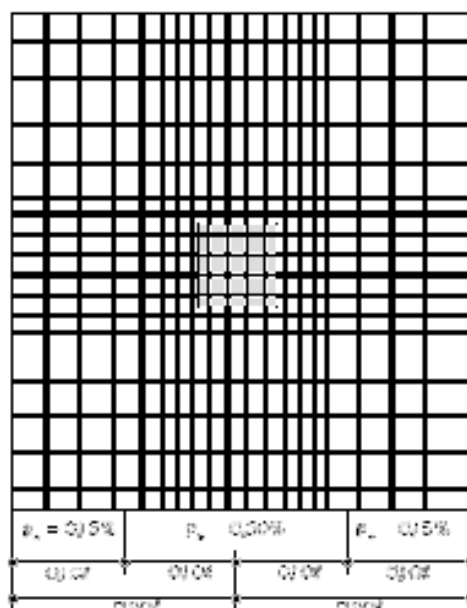


Figura 35 - Armadura passiva mínima sobre os pilares

5.3.10.2 Armadura contra o colapso progressivo

O subitem 19.5.4 da NBR 6118 solicita para lajes apoiadas diretamente sobre pilares a colocação de uma armadura na região do pilar para combater o risco de colapso progressivo. Entretanto, o subitem 20.3.2.6 da NBR 6118 cita que pode prescindir da armadura passiva contra o colapso progressivo, se pelo menos um cabo, em cada direção ortogonal, passar pelo interior da armadura longitudinal contida na seção transversal dos pilares ou elementos de apoio das lajes-cogumelo de edifícios comerciais e residenciais.

5.3.10.3 Armadura de reforço da borda da laje

Ao longo de todo o perímetro da laje devem-se dispor armaduras passivas de borda, cuja finalidade é absorver os esforços de tração de intensidade razoável que surgem nas zonas de ancoragem quando estão próximas.

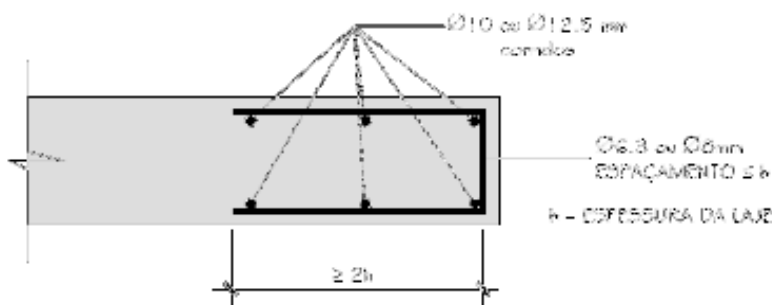


Figura 36 - Armadura de reforço da borda da laje - Fonte: EMERICK

5.3.10.4 Armadura de Fretagem

A armadura de fretagem tem por objetivo combater as tensões de tração introduzidas no concreto devido à força de protensão. Essas tensões de tração surgem em decorrência da área reduzida de contato entre a ancoragem e o concreto.

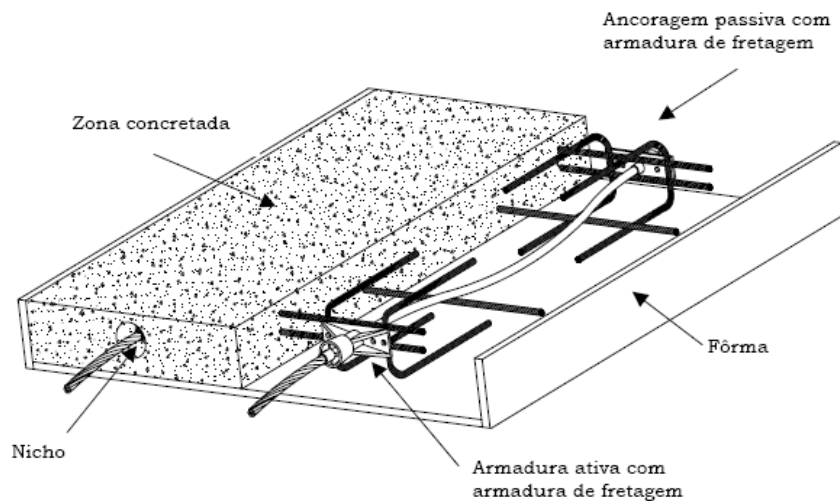


Figura 37 - Esquema simplificado da armadura de fretagem

6 EXEMPLOS NUMÉRICOS

A seguir serão apresentados alguns exemplos relacionados ao cálculo de lajes protendidas no ato da protensão e em serviço, analisando e verificando os esforços nas regiões mais críticas da estrutura. Para tanto, foram considerados três modelos de pavimentos com distribuição regular dos pilares, ou seja, pilares espaçados e alinhados igualmente nas duas direções do pavimento, buscando simular casos mais simples de edificações hoje construídas em lajes protendidas.

No primeiro exemplo, o pavimento analisado apresenta vigas nas bordas sem balanços de laje. No segundo, foi analisado o mesmo pavimento, porém, sem vigas nas bordas (borda livre), e no terceiro e último exemplo avaliado foi um pavimento com balanços de laje.

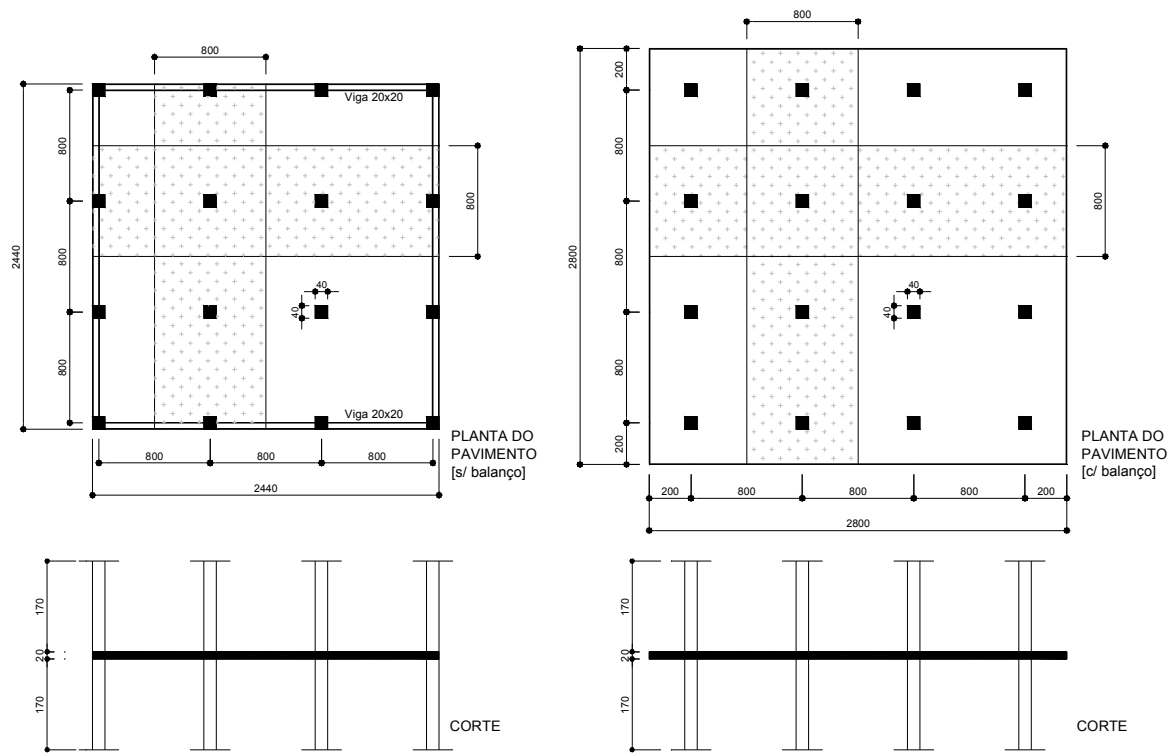


Figura 38 – “Layout” dos Pavimentos analisados

Foram adotadas, ainda, as seguintes características para o cálculo dos exemplos da Figura 38:

- Armadura ativa : monocordoalhas engraxadas – CP 190 RB – Ø 12,7mm
- Armadura passiva : CA-50
- Resistência Característica do concreto: $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$
- Idade prevista da protensão : 5 dias
- Resistência do concreto na idade de protensão:

$$f_{c,5 \text{ dias}} = \beta_1 \times f_{ck} = e^{\left\{s \cdot \left[1 - (28/t)^{1/2}\right]\right\}} \times f_{ck} = e^{\left\{0,20 \cdot \left[1 - (28/5)^{1/2}\right]\right\}} \times 30 = 22,8 \text{ MPa}$$

Onde:

s : coeficiente relativo ao tipo de cimento utilizado. Para cimento CPV-ARI, $s = 0,20$

t : idade efetiva do concreto, em dias.

- Módulo de Elasticidade:

- Inicial : $E_{c,28} = 5600 \times \sqrt{f_{ck}} = 5600 \times \sqrt{30} = 30.672 \text{ MPa}$

- Secante : $E_{cs} = 0,85 \cdot E_{c,28} = 26.071 \text{ MPa}$

- Na idade de protensão: $E_{c,5} = 5600 \times \sqrt{22,8} = 26.740 \text{ MPa}$

- Resistência característica à tração

- $f_{ctk} = 0,21 \times f_{ck}^{2/3} = 0,21 \times 30^{2/3} = 2,03 \text{ MPa}$

- $f_{ct,5} = 0,21 \times f_{cj}^{2/3} = 0,21 \times 22,8^{2/3} = 1,69 \text{ MPa}$

- Resistência média à tração

- $f_{ctm} = 0,30 \times f_{ck}^{2/3} = 0,30 \times 30^{2/3} = 2,90 \text{ MPa}$

- Perdas imediatas estimadas : 5,0 %

- Perdas progressivas estimadas : 8,0 %

6.1 LAJE PROTENDIDA ATRAVÉS DO PROCESSO DO PÓRTICO EQUIVALENTE

Os exemplos seguintes serão avaliados através do processo do pórtico equivalente descrito no item 5.2.1, onde primeiramente será exemplificado o pavimento sem balanço e posteriormente o pavimento com balanço.

6.1.1 Pavimento sem balanço

6.1.1.1 Espessura da laje

A NBR 6118 no item 13.2.4.1 estabelece valores mínimos para as espessuras das lajes protendidas:

- 15 cm para lajes com protensão apoiadas em vigas; $\frac{\ell_{vão}}{42}$ para lajes de piso biapoiadas e $\frac{\ell_{vão}}{50}$ para lajes de piso contínuas;
- 16 cm para lajes lisas e 14 cm para lajes cogumelo.

O ACI 423, por exemplo, recomenda adotar os seguintes valores:

- Lajes com sobrecargas até 2 kN/m² : $h \geq \frac{\ell_{vão}}{48}$ a $\frac{\ell_{vão}}{45}$
- Lajes com sobrecargas de 2 kN/m² a 3 kN/m² : $h \geq \frac{\ell_{vão}}{45}$ a $\frac{\ell_{vão}}{40}$
- Lajes com sobrecargas maiores que 3 kN/m² : $h > \frac{\ell_{vão}}{40}$

Para os exemplos avaliados neste trabalho adotar-se-á a seguinte relação:

$$h = \frac{L_{vão}}{40} \rightarrow h = \frac{800}{40} = 20 \text{ cm}$$

6.1.1.2 Carregamentos atuantes no pavimento

- Peso próprio : $25 \text{ kN/m}^3 \times 0,20 \text{ m} = 5,0 \text{ kN/m}^2$
- Sobrecarga : $= 2,0 \text{ kN/m}^2$
- Revestimentos: $= 1,0 \text{ kN/m}^2$
- Divisórias : $= 1,0 \text{ kN/m}^2$

Cabe ressaltar que os carregamentos acima valem tanto para as faixas internas como para as faixas externas ou de extremidades do pavimento, tendo-se, portanto, pórticos internos, que foram denominados de pórtico 1, e pórticos externos chamados de pórtico 2.

6.1.1.3 Definição do carregamento a ser equilibrado com a protensão

Em geral adota-se para o carregamento a ser equilibrado o peso próprio acrescido de uma parcela do carregamento total. O ACI 318 recomenda que quando sejam previstas paredes divisórias leves e sobrecarga total entre 2,0 e 3,0 kN/m², se equilibre o peso próprio (PP) + 0,5 kN/m².

Outro critério bastante usual segundo SOUZA; CUNHA (1998) é equilibrar o peso próprio + 10% do carregamento total, o que resulta numa carga distribuída a ser equilibrada de 5,9 kN/m², para estes exemplos.

No caso deste exemplo o valor da carga equilibrada a ser considerada será de 5,5 kN/m² (5,0 + 0,5 kN/m²).

6.1.1.4 Determinação do traçado vertical dos cabos

Para o exemplo de pavimento sem balanço em questão a excentricidade dos cabos foi fixada nos limites superior e inferior da laje, respeitando o cobrimento mínimo de 3,5cm, buscando um melhor reaproveitamento do material. Com relação a ponto de inflexão dos cabos, eles foram posicionados a uma distância de 10% do vão respectivo.

Foi adotado um trecho reto nas bordas das lajes. Uma alternativa seria já inclinar esse trecho reto no sentido da curvatura do cabo, evitando mudança de curvatura nessa região.

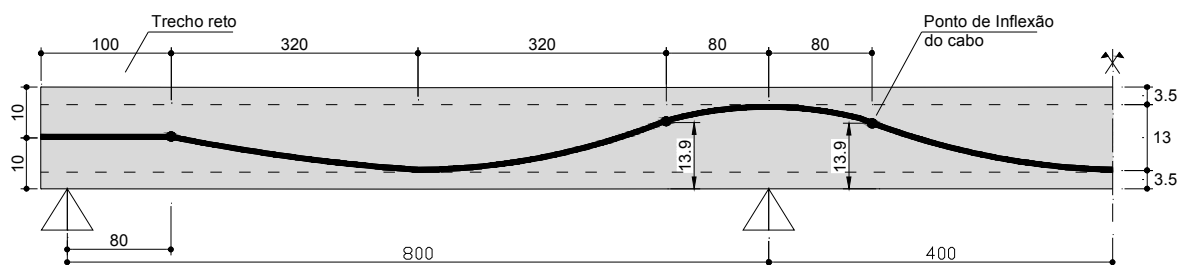


Figura 39 - Traçado vertical dos cabos para o pavimento sem balanço

6.1.1.5 Determinação da força de protensão necessária

Para o cálculo da protensão será utilizado o método das cargas balanceadas ou equilibrantes, conforme descrito nos subitens 5.2 e 5.3.3. Um procedimento prático é ignorar o efeito da mudança da curvatura dos cabos sobre os pilares, somente para este item, para obter uma estimativa da força de protensão necessária. Depois, a mudança de curvatura do cabo deverá ser levada em conta na determinação da carga efetiva balanceada e na análise de tensões da estrutura.

Considerando uma faixa de largura unitária, a força de protensão necessária para equilibrar os carregamentos, indicados anteriormente, será:

$$\text{Trecho 1} \quad : P = \frac{q \cdot L_1^2}{2 \cdot f_1} = \frac{5,5 \times 3,2^2}{2 \cdot (0,10 - 0,035)} = 433,2 \text{ kN/m}$$

$$\text{Trecho 2} \quad : P = \frac{q \cdot L_2^2}{2 \cdot f_2} = \frac{5,5 \times 4,0^2}{2 \cdot (0,20 - 2 \times 0,035)} = 338,5 \text{ kN/m}$$

6.1.1.6 Número de Cordoalhas

Protendendo-se a cordoalha com 75% da tensão de ruptura para um sistema de protensão com monocordoalhas engraxadas CP 190RB - Ø12,7mm, se terá uma força inicial no cabo de $190 \times 0,75 \cong 140 \text{ kN}$.

- Perdas imediatas : 5,0%
- Perdas Progressivas : 8,0%
- Perdas totais estimada: 13,0%

$$N_{\text{cord}} = \frac{433,2}{140 \cdot (1 - 0,13)} = 3,55 \rightarrow 4 \text{ cord/m}$$

- Numa faixa de 8,0m : $4 \text{ cord/m} \times 8 \text{ m} = 32 \text{ cordoalhas } (\phi 12,7 \text{ mm})$
- Numa faixa de 4,0m : $4 \text{ cord/m} \times 4 \text{ m} = 16 \text{ cordoalhas } (\phi 12,7 \text{ mm})$

Seguindo recomendações, pode-se distribuir essas cordoalhas de 65 a 75% na região dos pilares e de 25 a 35% na região central do vão. Será adotado para este exemplo 70% e 30% respectivamente.

- Para o pórtico 1 (*pórtico equivalente da faixa interna do pavimento*)
 - Região dos pilares : $0,70 \times 32 = 23 \text{ cordoalhas}$
 - Região central do vão: $0,30 \times 32 = 9 \text{ cordoalhas}$
- Para o pórtico 2 (*pórtico equivalente da faixa externa do pavimento*)
 - Região dos pilares : $0,70 \times 16 = 11 \text{ cordoalhas}$
 - Região central do vão: $0,30 \times 16 = 5 \text{ cordoalhas}$

6.1.1.7 Cálculo da carga efetiva balanceada

Com o número de cordoalhas já conhecido, pode-se obter o esforço de protensão efetivo na laje, o qual será substituído e representado com a carga balanceada “efetiva” para análise da estrutura.

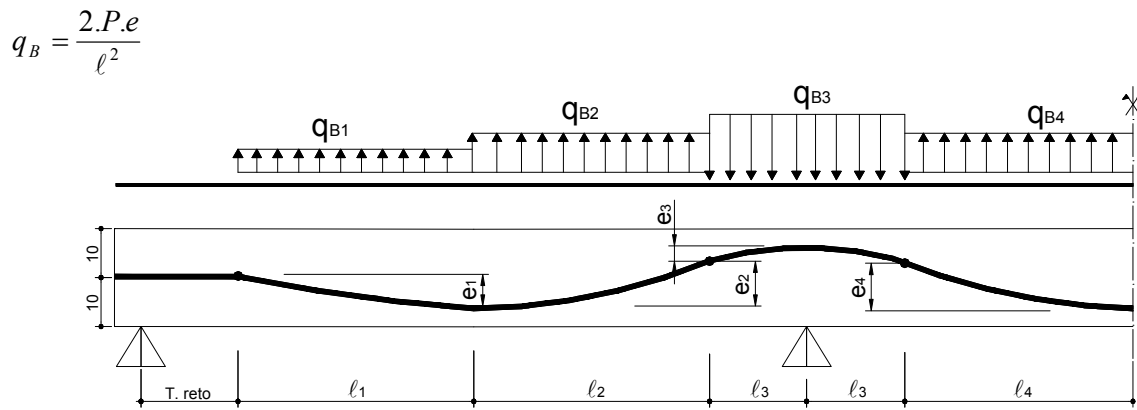


Figura 40 - Cargas balanceadas devido à protensão no pavimento sem balanço

Protensão inicial

$$q_{B1,i} = \frac{2.P_i.e_1}{\ell_1^2} = \frac{2 \times (0,95 \times 32 \times 140) \times (0,10 - 0,035)}{3,20^2} = 54,0 \text{ kN/m}$$

$$q_{B1,i} = 54,0 \text{ kN/m} \quad (\text{para 32 cordoalhas})$$

$$q_{B1,i} = 1,7 \text{ kN/m} \quad (\text{para 1 cordoalha})$$

$$q_{B2,i} = \frac{2.P_i.e_2}{\ell_2^2} = \frac{2 \times (0,95 \times 32 \times 140) \times (0,139 - 0,035)}{3,20^2} = 86,4 \text{ kN/m}$$

$$q_{B2,i} = 86,4 \text{ kN/m} \quad (\text{para 32 cordoalhas})$$

$$q_{B2,i} = 2,7 \text{ kN/m} \quad (\text{para 1 cordoalha})$$

$$q_{B3,i} = -\frac{2.P_i.e_3}{\ell_3^2} = -\frac{2 \times (0,95 \times 32 \times 140) \times (0,20 - 0,035 - 0,139)}{0,80^2} = -345,8 \text{ kN/m}$$

$$q_{B3,i} = -345,8 \text{ kN/m} \quad (\text{para 32 cordoalhas})$$

$$q_{B3,i} = -10,8 \text{ kN/m} \quad (\text{para 1 cordoalha})$$

$$q_{B4,i} = \frac{2.P_i.e_4}{\ell_4^2} = \frac{2 \times (0,95 \times 32 \times 140) \times (0,139 - 0,035)}{3,20^2} = 86,4 \text{ kN/m}$$

$$q_{B4,i} = 86,4 \text{ kN/m} \quad (\text{para 32 cordoalhas})$$

$$q_{B4,i} = 2,7 \text{ kN/m} \quad (\text{para 1 cordoalha})$$

Protensão final

$$q_{B1,f} = \frac{2.P_f.e_1}{\ell_1^2} = \frac{2 \times (0,87 \times 32 \times 140) \times (0,10 - 0,035)}{3,20^2} = 49,5 \text{ kN/m}$$

$$q_{B1,f} = 49,5 \text{ kN/m} \quad (\text{para 32 cordoalhas})$$

$$q_{B1,f} = 1,5 \text{ kN/m} \quad (\text{para 1 cordoalha})$$

$$q_{B2,f} = \frac{2.P_f.e_2}{\ell_2^2} = \frac{2 \times (0,87 \times 32 \times 140) \times (0,139 - 0,035)}{3,20^2} = 79,2 \text{ kN/m}$$

$$q_{B2,f} = 79,2 \text{ kN/m} \quad (\text{para 32 cordoalhas})$$

$$q_{B2,f} = 2,5 \text{ kN/m} \quad (\text{para 1 cordoalha})$$

$$q_{B3,f} = -\frac{2.P_f.e_3}{\ell_3^2} = -\frac{2 \times (0,87 \times 32 \times 140) \times (0,20 - 0,035 - 0,139)}{0,80^2} = -316,7 \text{ kN/m}$$

$$q_{B3,f} = -316,7 \text{ kN/m} \quad (\text{para 32 cordoalhas})$$

$$q_{B3,f} = -9,9 \text{ kN/m} \quad (\text{para 1 cordoalha})$$

$$q_{B4,f} = \frac{2.P_f.e_4}{\ell_4^2} = \frac{2 \times (0,87 \times 32 \times 140) \times (0,139 - 0,035)}{3,20^2} = 79,2 \text{ kN/m}$$

$$q_{B4,f} = 79,2 \text{ kN/m} \quad (\text{para 32 cordoalhas})$$

$$q_{B4,f} = 2,5 \text{ kN/m} \quad (\text{para 1 cordoalha})$$

6.1.1.8 Cálculo de Esforços na laje

Carregamentos para o Pórtico 1

$$G_1 : \text{Peso próprio} = 5,0 \text{ kN/m}^2 \times 8,0\text{m} = 40,0 \text{ kN/m}$$

$$G_2 : \text{Revestimento} = 1,0 \text{ kN/m}^2 \times 8,0\text{m} = 8,0 \text{ kN/m}$$

$$G_3 = q_B : \text{Carga uniformemente distribuída balanceada com a protensão}$$

$$G_4 = F_{HIP} : \text{Esforços solicitantes hiperestáticos de protensão}$$

$$Q_1 : \text{Sobrecarga} = 2,0 \text{ kN/m}^2 \times 8,0\text{m} = 16,0 \text{ kN/m}$$

$$Q_2 : \text{Divisórias} = 1,0 \text{ kN/m}^2 \times 8,0\text{m} = 8,0 \text{ kN/m}$$

Carregamentos para o Pórtico 2

$$G_1 : \text{Peso próprio} = 5,0 \text{ kN/m}^2 \times 4,0\text{m} = 20,0 \text{ kN/m}$$

$$G_2 : \text{Revestimento} = 1,0 \text{ kN/m}^2 \times 4,0\text{m} = 4,0 \text{ kN/m}$$

$$G_3 = q_B : \text{Carga uniformemente distribuída balanceada com a protensão}$$

$$G_4 = F_{HIP} : \text{Esforços solicitantes hiperestáticos de protensão}$$

$$Q_1 : \text{Sobrecarga} = 2,0 \text{ kN/m}^2 \times 4,0\text{m} = 8,0 \text{ kN/m}$$

$$Q_2 : \text{Divisórias} = 1,0 \text{ kN/m}^2 \times 4,0\text{m} = 4,0 \text{ kN/m}$$

Combinações de Carregamentos

- **Combinação 1:** Verificação da ruptura no ato da protensão (E.L.U)

$$\text{COMB. 1: } G_1 + \gamma_p.G_3$$

$$\text{COMB. 1: } G_1 + 1,1.q_{Bi}$$

- **Combinação 2:** Combinação quase-permanente de serviço. Verificação das deformações excessivas (E.L.S)

$$\text{COMB. 2: } G_1 + G_2 + G_3 + \psi_2.(Q_1 + Q_2)$$

$$\text{COMB. 2: } G_1 + G_2 + q_{Bf} + 0,4.(Q_1 + Q_2)$$

- **Combinação 3:** Combinação Frequente ou Permanente. Verificação da formação de fissuras, da abertura de fissuras e de vibrações excessivas em serviço (E.L.S).

$$\text{COMB. 3: } G_1 + G_2 + G_3 + \psi_1.Q_1 + \psi_2.Q_2$$

$$\text{COMB. 3: } G_1 + G_2 + q_{Bf} + 0,6.Q_1 + 0,4.Q_2$$

- **Combinação 4:** Combinação Rara. Verificação da formação de fissuras em serviço (E.L.S).

$$\text{COMB. 4: } G_1 + G_2 + G_3 + Q_1 + \psi_1.Q_2$$

$$\text{COMB. 4: } G_1 + G_2 + q_{Bf} + Q_1 + 0,6.Q_2$$

- **Combinação 5:** Verificação da ruptura no tempo infinito à flexão e à punção (E.L.U).

$$\text{COMB. 5: } 1,4.(G_1 + G_2 + Q_1 + Q_2) + 0,9.G_4 \rightarrow \text{Situação favorável}$$

$$\text{COMB. 5: } 1,4.(G_1 + G_2 + Q_1 + Q_2) + 1,2.G_4 \rightarrow \text{Situação desfavorável}$$

6.1.1.9 Diagrama de Momentos Fletores

Para obtenção dos momentos fletores das faixas internas e externas do pavimento como indicado na Figura 41, o pórtico equivalente foi lançado no programa computacional SAP 2000 como viga contínua (*Figura 42*), onde os apoios extremos foram modelados com pilares de comprimento 1,70m correspondentes à metade do pé direito abaixo e acima do pavimento, e os pilares internos modelados como apoio simples sem transferência de momentos das lajes para os pilares, separando-se inicialmente a ação das cargas e a ação da protensão, e posteriormente sobrepondo-se essas duas.

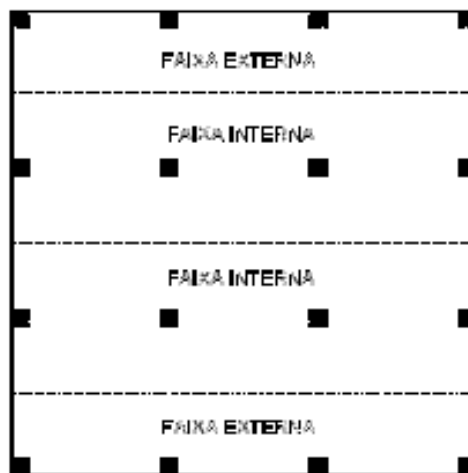


Figura 41 - Faixas internas e externas no pavimento

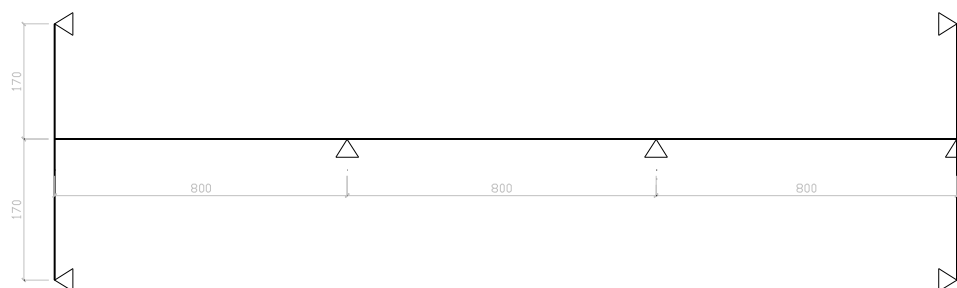


Figura 42 – Modelagem do Pórtico sem balanço

a) **Para a Faixa Interna no Ato da protensão**

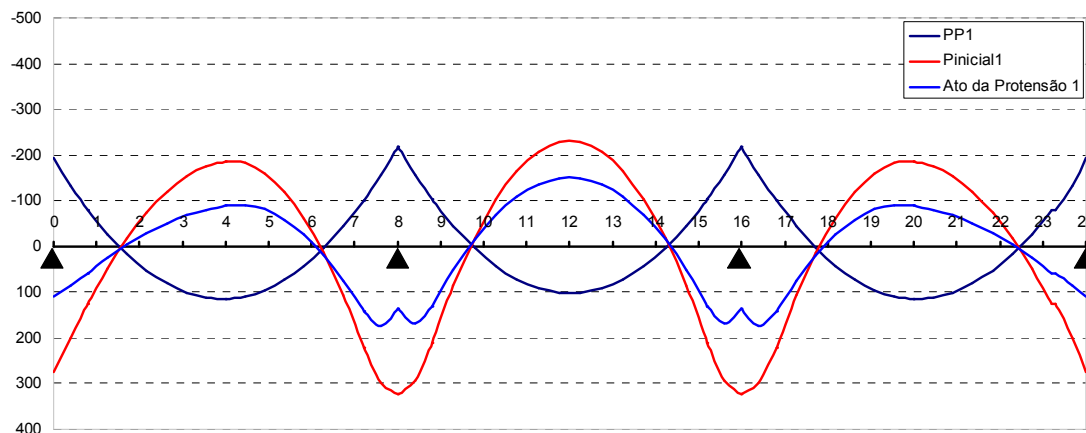


Figura 43 - Diagrama de momentos fletores (faixa interna) para o ato da protensão, obtidos pelo processo do pórtico equivalente para o pavimento sem balanço.

Onde:

PP₁ : momentos devido ao peso próprio da laje na faixa interna

P_{inicial} : momentos devido somente à protensão inicial

AP₁ : momentos devido à sobreposição do peso próprio mais a protensão inicial

O carregamento equivalente da protensão no seu ato de aplicação provoca momentos inversos aos gerados pelo peso próprio da laje, logicamente, e quando sobrepostos estes dois, encontra-se um diagrama resultante para o ato da protensão, cuja tendência se dá mais para o efeito do carregamento equivalente, diminuindo os esforços em todas as regiões.

Observa-se também que os momentos provocados pela protensão são maiores no vão mais interno e até de certa maneira, maiores que os gerados pelo peso próprio da laje. Desta maneira, pode-se dizer que com uma diminuição da força de protensão ou do número de cordoalhas na região do vão mais interno, poderá se ter um melhor comportamento estrutural da faixa.

Os momentos negativos são maiores nos apoios internos e menores nas extremidades, conseqüentemente, ter-se-á momentos positivos menores para os vãos mais centrais.

b) Para a Faixa Externa no Ato da protensão

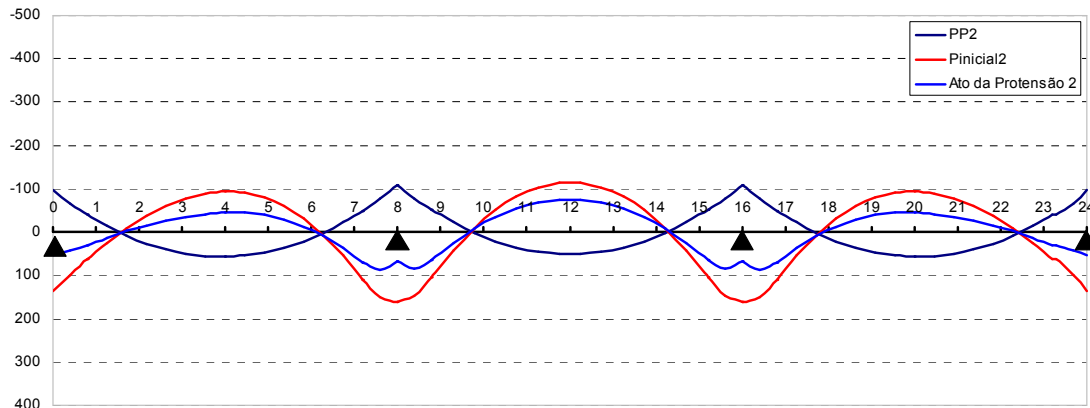


Figura 44 - Diagrama de momentos fletores (*faixa externa*) para o ato da protensão, obtidos pelo processo do pórtico equivalente para o pavimento sem balanço.

Onde:

PP2 : momentos devido ao peso próprio da laje na faixa externa

P_{inicial} : momentos devido somente à protensão inicial

AP2 : momentos devido à sobreposição do peso próprio mais a protensão inicial

Os momentos na faixa externa são idênticos aos encontrados para a faixa interna, porém, com valores menores (praticamente pela metade), pois existe uma redução da largura da faixa e conseqüentemente do número de cabos para equilibrar os carregamentos.

c) Para a Faixa Interna em serviço

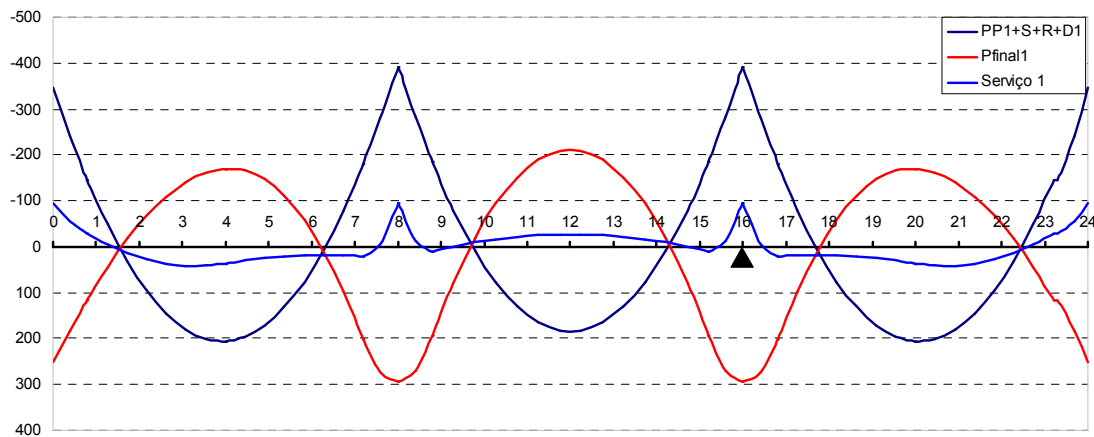


Figura 45 - Diagrama de momentos fletores (*faixa interna*) para a laje em serviço, obtidos pelo processo do pórtico equivalente para o pavimento sem balanço.

Onde:

PP+S+R+D1 : momentos devido aos carregamentos atuantes na laje (*faixa interna*)

P_{final} : momentos devido somente à protensão final com todas as perdas estimadas

Serviço01 : momentos devido à sobreposição do carregamento final mais a protensão final

Para os momentos em serviço da laje em uma faixa interna, pode-se notar que as regiões mais críticas são nos apoios. O efeito do carregamento equivalente de protensão reduz drasticamente os momentos causados pelo peso próprio da laje e os carregamentos atuantes nela. Outra peculiaridade que pode-se observar é que os vãos extremos possuem tração nas fibras inferiores e o vão central tração nas fibras superiores, onde deve-se prestar bastante atenção.

d) Para a Faixa Externa em serviço

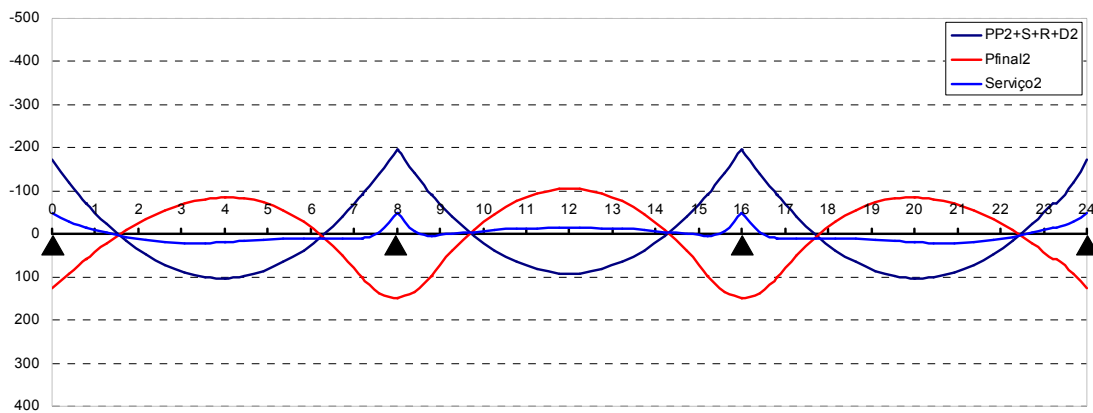


Figura 46 - Diagrama de momentos fletores (*faixa externa*) para a laje em serviço, obtidos pelo processo do pórtico equivalente para o pavimento sem balanço.

Onde:

PP+S+R+D2 : momentos devido aos carregamentos atuantes na laje (*faixa externa*)

P_{final} : momento devido somente à protensão final com todas as perdas estimadas

Serviço2 : momento devido à sobreposição do carregamento final mais a protensão final

O comportamento do pórtico externo em relação aos momentos fletores é idêntico ao encontrado para a faixa interna, porém, os momentos devido aos carregamentos atuantes são menores.

Neste caso, a quantidade de cordoalhas utilizadas foi suficiente para equilibrar todas as cargas do pavimento em qualquer uma das faixas.

6.1.1.10 Distribuição de momentos na laje

Como foi comentado no subitem 5.2.1, a distribuição dos momentos obtida em cada direção, segundo as faixas indicadas na figura 36, deve ser feita da seguinte maneira:

- 45,0 % dos momentos positivos para as duas faixas internas;
- 27,5 % dos momentos positivos para cada uma das faixas externas;
- 25,0 % dos momentos negativos para as duas faixas internas;
- 37,5 % dos momentos negativos para cada uma das faixas externas.

$$M_1 = 0,375 \cdot \frac{M_{apoio}}{0,25 \cdot \ell_x} \quad M_2 = 0,125 \cdot \frac{M_{apoio}}{0,25 \cdot \ell_x}$$

$$M_3 = 0,275 \cdot \frac{M_{vão}}{0,25 \cdot \ell_x} \quad M_4 = 0,225 \cdot \frac{M_{vão}}{0,25 \cdot \ell_x}$$

Sendo:

ℓ_x : o vão entre os apoios

M_{apoio} : momento máximo negativo na região dos apoios

$M_{vão}$: momento máximo positivo na região dos vãos

A Figura 47, ilustra de uma maneira mais detalhada as distribuições de momentos a serem feitas nas lajes, onde os valores representam a percentagem de distribuição para cada região, cuja direção é ortogonal ao do pórtico equivalente.

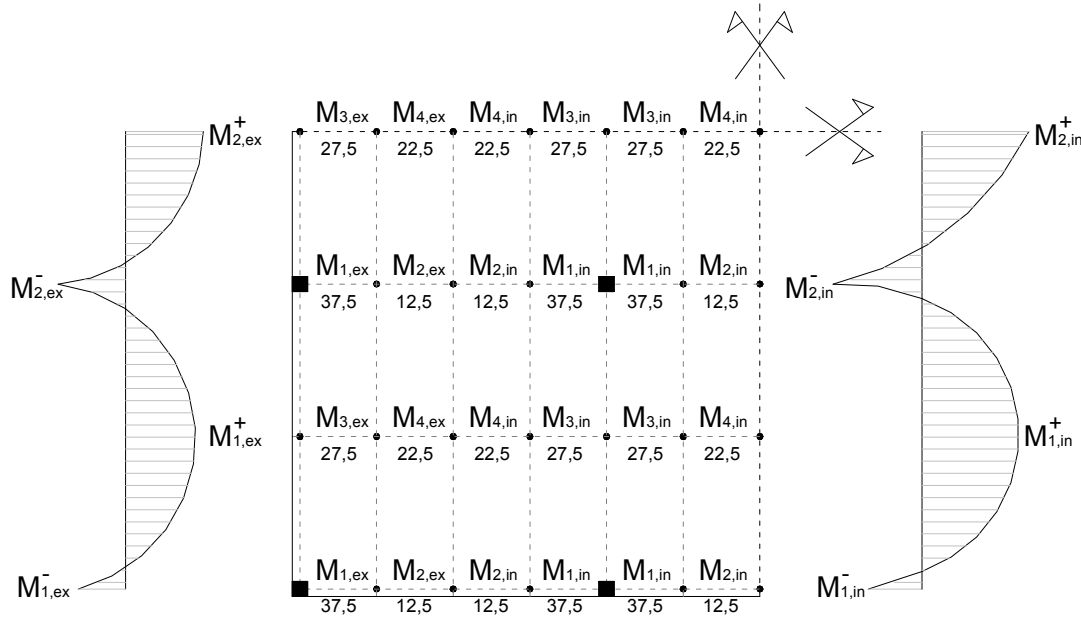


Figura 47 - Distribuição de momentos no pavimento

Onde:

$M_{i,ex}^+$: momento positivo máximo do pórtico externo

$M_{i,ex}^-$: momento negativo máximo do pórtico externo

$M_{i,in}^+$: momento positivo máximo do pórtico interno

$M_{i,in}^-$: momento negativo máximo do pórtico interno

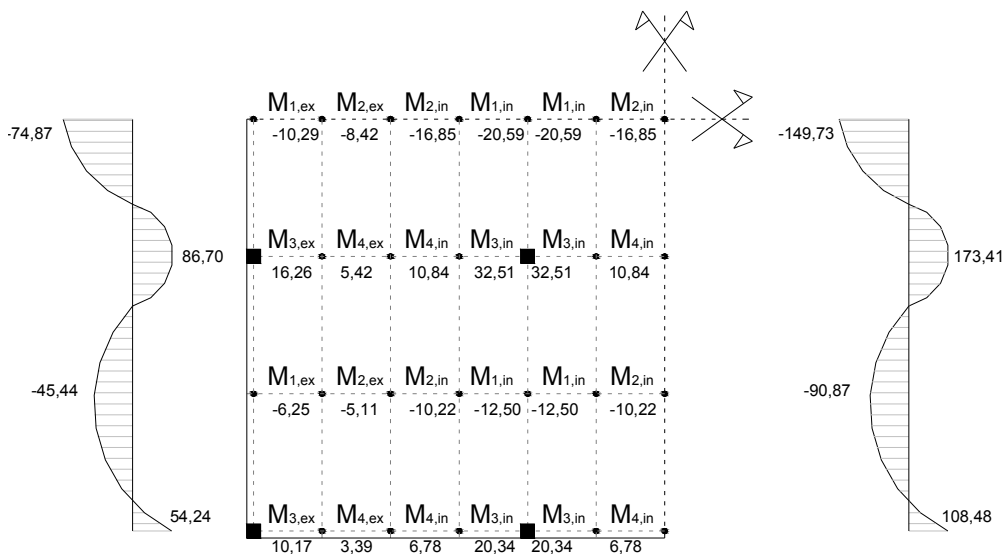


Figura 49 - Distribuição esquemática de momentos para o ato da protensão

c) Momentos fletores em serviço

Analogamente às situações descritas anteriormente, foram feitas as distribuições para os momentos obtidos pelos carregamentos em serviço com a protensão final. Porém, pode-se observar que os momentos fletores obtidos pelo pórtico equivalente, nos vãos mais externos são opostos ao vão mais interno, prestando-se bastante atenção às percentagens utilizadas para distribuição dos momentos na outra direção. Neste caso, a região central do pavimento possui todas as fibras superiores tracionadas e os vãos das extremidades encontram-se com suas fibras inferiores tracionadas.

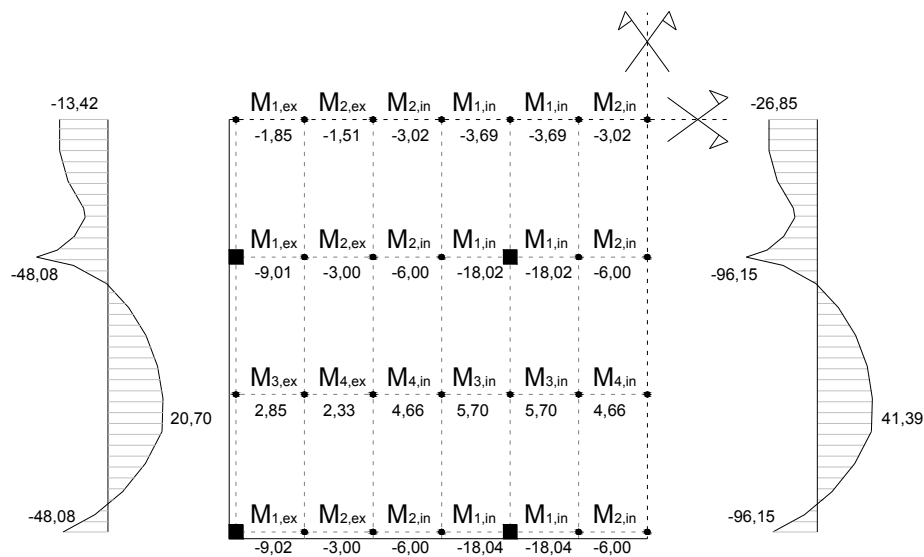


Figura 50 - Distribuição esquemática de momentos para o estado em serviço

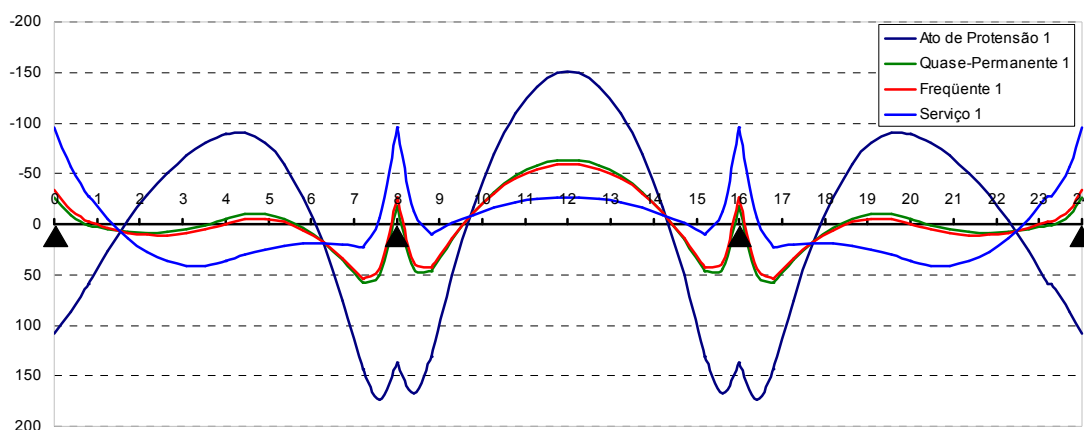
d) Momentos fletores de todas as combinações

Figura 51 - Diagrama de momentos fletores para as combinações do pórtico interno sem balanço

Na Figura 51 pode-se observar os diagramas de momentos fletores para as combinações adotadas neste trabalho, onde “serviço 1” é a combinação de todos os carregamentos sem a majoração ou minoração pelos coeficientes de ponderação, e que geram momentos um pouco maiores do que as outras combinações. No ato de protensão os momentos são opostos e de valores maiores do que as outras combinações, devido à prevalência da protensão sobre o peso próprio da laje.

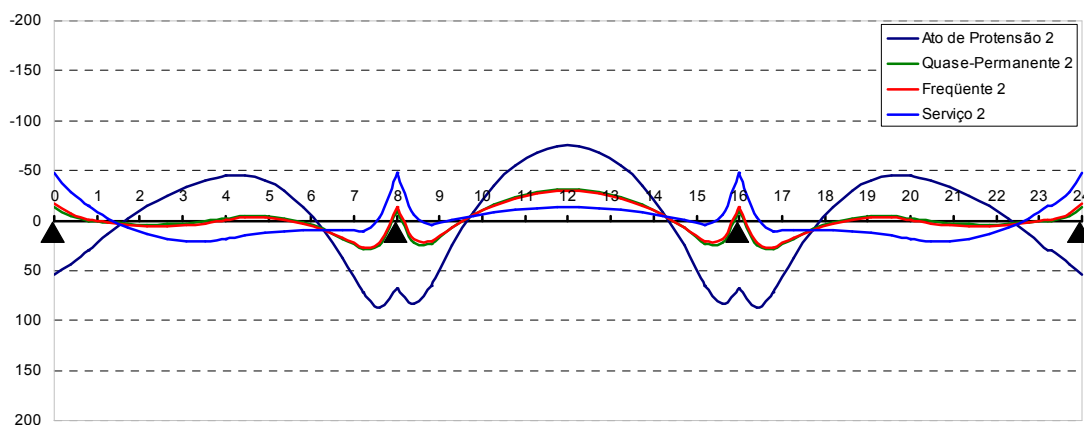


Figura 52 - Diagrama de momentos fletores para as combinações do pórtico externo sem balanço

Para as combinações nas faixas extremas do pavimento são válidas as mesmas afirmações acima comentadas, porém proporcionalmente em valores menores.

6.1.2 Pavimento com balanço

Seguindo-se a mesma seqüência de cálculo e de procedimentos vistos no exemplo de pavimento sem balanço, será analisado o pavimento desta vez admitindo que possua um balanço de dois metros como mostra a Figura 38.

6.1.2.1 Espessura da laje

Adotando-se a seguinte relação para um pavimento com sobrecarga máxima de 3 kN/m² :

$$h \geq \frac{L_{vão}}{40} \quad \rightarrow \quad h = \frac{800}{40} = 20 \text{ cm}$$

6.1.2.2 Carregamentos atuantes no pavimento

- Peso próprio : $25 \text{ kN/m}^3 \times 0,20 \text{ m} = 5,0 \text{ kN/m}^2$
- Sobrecarga : $= 2,0 \text{ kN/m}^2$
- Revestimentos: $= 1,0 \text{ kN/m}^2$
- Divisórias : $= 1,0 \text{ kN/m}^2$

Cabe lembrar que os carregamentos valem tanto para as faixas internas como para as faixas externas do pavimento.

6.1.2.3 Definição do carregamento a ser equilibrado com a protensão

O valor da carga a ser equilibrada será de 5,5 kN/m² (5,0 + 0,5 kN/m²).

6.1.2.4 Determinação do traçado vertical dos cabos

Os pontos máximos de inflexão dos cabos foram adotados respeitando os valores mínimos de cobrimentos exigidos pela NBR 6118, e comentado no subitem 5.3.4, buscando desta maneira aproveitar ao máximo a protensão nas regiões mais críticas da laje.

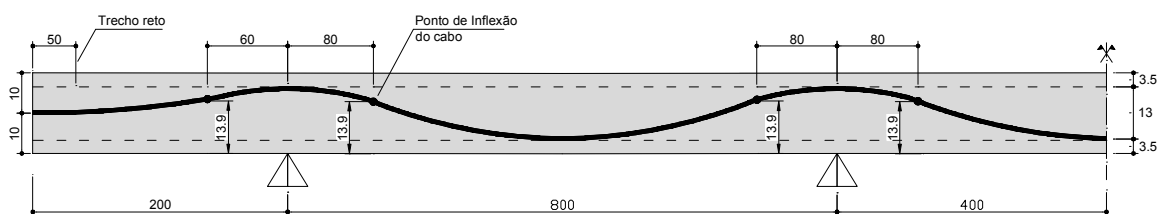


Figura 53 - Traçado vertical dos cabos para o pavimento com balanço

6.1.2.5 Determinação da força de protensão necessária

$$\text{Balanço} \quad : P = \frac{Q.L_1}{f_1} + \frac{q.L_1^2}{2.f_1} = \frac{5,5 \times 2,0}{(0,10 - 0,035)} + \frac{5,5 \times 2,0^2}{2.(0,10 - 0,035)} = 338,5 \text{ kN/m}$$

$$\text{Vão} \quad : P = \frac{q.L_2^2}{8.f_2} = \frac{5,5 \times 8,0^2}{8.(0,20 - 2 \times 0,035)} = 338,5 \text{ kN/m}$$

6.1.2.6 Número de Cordoalhas

Tipo de cordoalha : CP 190 RB – ϕ 12,7mm

Força inicial aplicada : $190 \times 0,75 \cong 140 \text{ kN}$

- Perdas imediatas estimadas : 5,0%
- Perdas progressivas estimadas: 8,0%
- Perdas totais estimadas : 13,0%

$$N_{\text{cord}} = \frac{338,5}{140.(1 - 0,13)} = 2,8 \rightarrow 3 \text{ cord/m}$$

- Numa faixa de 8,0m : $3 \text{ cord/m} \times 8 \text{ m} = 24 \text{ cordoalhas } (\phi 12,7 \text{ mm})$
- Numa faixa de 6,0m : $3 \text{ cord/m} \times 6 \text{ m} = 18 \text{ cordoalhas } (\phi 12,7 \text{ mm})$

Dos quais 70% delas pode-se colocar na região dos pilares e 30% na região central do vão, tanto para o pórtico externo (2) como para o pórtico interno (1).

- Para o pórtico 1 (*pórtico equivalente da faixa interna do pavimento*)
 - Região dos pilares : $0,70 \times 24 = 17 \text{ cordoalhas}$
 - Região central do vão: $0,30 \times 24 = 7 \text{ cordoalhas}$
- Para o pórtico 2 (*pórtico equivalente da faixa externa do pavimento*)
 - Região dos pilares : $0,70 \times 18 = 13 \text{ cordoalhas}$
 - Região central do vão: $0,30 \times 18 = 5 \text{ cordoalhas}$

6.1.2.7 Cálculo da carga efetiva balanceada

Com a quantidade de cordoalhas já conhecida, pode-se obter o esforço de protensão efetivo na laje, o qual será substituído e representado com a carga balanceada “efetiva” para análise da estrutura, dada pela seguinte relação:

$$q_B = \frac{2.P.e}{\ell^2}$$

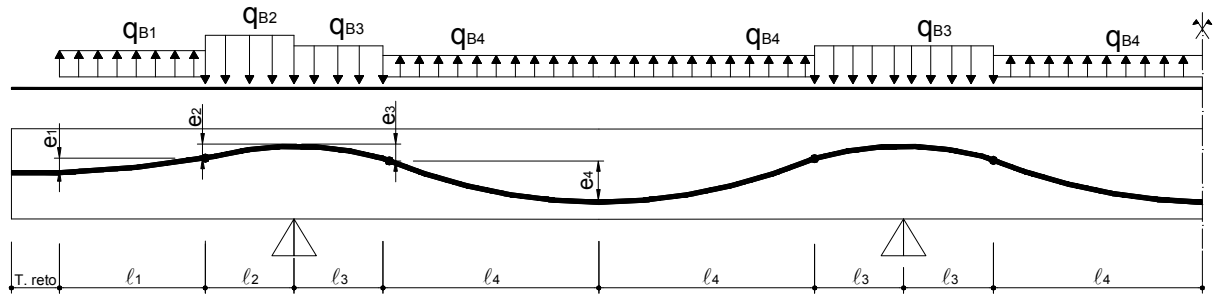


Figura 54 - Cargas balanceadas devido à protensão no pavimento com balanço

1) Balanços

a) Protensão inicial

$$q_{B1,i} = \frac{2.P_i.e_1}{\ell_1^2} = \frac{2 \times (0,95 \times 24 \times 140) \times (0,139 - 0,10)}{0,90^2} = 307,2 \text{ kN/m}$$

$$q_{B1,i} = 307,2 \text{ kN/m} \quad (\text{para 24 cordoalhas})$$

$$q_{B1,i} = 12,8 \text{ kN/m} \quad (\text{para 1 cordoalha})$$

$$q_{B2,i} = -\frac{2.P_i.e_2}{\ell_2^2} = -\frac{2 \times (0,95 \times 24 \times 140) \times (0,20 - 0,035 - 0,139)}{0,60^2} = -460,8 \text{ kN/m}$$

$$q_{B2,i} = -460,8 \text{ kN/m} \quad (\text{para 24 cordoalhas})$$

$$q_{B2,i} = -19,2 \text{ kN/m} \quad (\text{para 1 cordoalha})$$

b) Protensão final

$$q_{B1,f} = \frac{2.P_f.e_1}{\ell_1^2} = \frac{2 \times (0,87 \times 24 \times 140) \times (0,139 - 0,10)}{0,90^2} = 281,6 \text{ kN/m}$$

$$q_{B1,f} = 281,6 \text{ kN/m} \quad (\text{para 24 cordoalhas})$$

$$q_{B1,f} = 11,7 \text{ kN/m} \quad (\text{para 1 cordoalha})$$

$$q_{B2,f} = -\frac{2.P_f.e_2}{\ell_2^2} = -\frac{2 \times (0,87 \times 24 \times 140) \times (0,20 - 0,035 - 0,139)}{0,60^2} = -422,4 \text{ kN/m}$$

$$q_{B2,f} = -422,4 \text{ kN/m} \quad (\text{para 24 cordoalhas})$$

$$q_{B2,f} = -17,6 \text{ kN/m} \quad (\text{para 1 cordoalha})$$

2) Vãos internos

a) Protensão inicial

$$q_{B3,i} = -\frac{2.P_i.e_3}{\ell_3^2} = -\frac{2 \times (0,95 \times 24 \times 140) \times (0,20 - 0,035 - 0,139)}{0,80^2} = -259,2 \text{ kN/m}$$

$$q_{B3,i} = -259,2 \text{ kN/m} \quad (\text{para 24 cordoalhas})$$

$$q_{B3,i} = -10,8 \text{ kN/m} \quad (\text{para 1 cordoalha})$$

$$q_{B4,i} = \frac{2.P_i.e_4}{\ell_4^2} = \frac{2 \times (0,95 \times 24 \times 140) \times (0,139 - 0,035)}{3,20^2} = 64,8 \text{ kN/m}$$

$$q_{B4,i} = 64,8 \text{ kN/m} \quad (\text{para 24 cordoalhas})$$

$$q_{B4,i} = 2,7 \text{ kN/m} \quad (\text{para 1 cordoalha})$$

b) Protensão final

$$q_{B3,f} = -\frac{2.P_f.e_3}{\ell_3^2} = -\frac{2 \times (0,87 \times 24 \times 140) \times (0,20 - 0,035 - 0,139)}{0,80^2} = -237,6 \text{ kN/m}$$

$$q_{B3,f} = -237,6 \text{ kN/m} \quad (\text{para 24 cordoalhas})$$

$$q_{B3,f} = -9,9 \text{ kN/m} \quad (\text{para 1 cordoalha})$$

$$q_{B4,f} = \frac{2.P_f.e_4}{\ell_4^2} = \frac{2 \times (0,87 \times 24 \times 140) \times (0,139 - 0,035)}{3,20^2} = 60,0 \text{ kN/m}$$

$$q_{B4,f} = 60,0 \text{ kN/m} \quad (\text{para 24 cordoalhas})$$

$$q_{B4,f} = 2,5 \text{ kN/m} \quad (\text{para 1 cordoalha})$$

6.1.2.8 Cálculo de Esforços na laje

Para o cálculo dos esforços, os carregamentos e as combinações são idênticos às apresentadas no pavimento sem balanço, pois a faixa de largura do pórtico é a mesma.

a) Carregamentos para o Pórtico 1

$$G_1 : \text{Peso próprio} = 5,0 \text{ kN/m}^2 \times 8,0\text{m} = 40,0 \text{ kN/m}$$

$$G_2 : \text{Revestimento} = 1,0 \text{ kN/m}^2 \times 8,0\text{m} = 8,0 \text{ kN/m}$$

$$G_3 = q_B : \text{Carga uniformemente distribuída balanceada com a protensão}$$

$$G_4 = F_{HIP} : \text{Esforços solicitantes hiperestáticos de protensão}$$

$$Q_1 : \text{Sobrecarga} = 2,0 \text{ kN/m}^2 \times 8,0\text{m} = 16,0 \text{ kN/m}$$

$$Q_2 : \text{Divisórias} = 1,0 \text{ kN/m}^2 \times 8,0\text{m} = 8,0 \text{ kN/m}$$

b) Carregamentos para o Pórtico 2

G_1	: Peso próprio	$= 5,0 \text{ kN/m}^2 \times 6,0\text{m} = 30,0 \text{ kN/m}$
G_2	: Revestimento	$= 1,0 \text{ kN/m}^2 \times 6,0\text{m} = 6,0 \text{ kN/m}$
$G_3 = q_B$: Carga uniformemente distribuída balanceada com a protensão	
$G_4 = F_{HIP}$: Esforços solicitantes hiperestáticos de protensão	
Q_1	: Sobrecarga	$= 2,0 \text{ kN/m}^2 \times 6,0\text{m} = 12,0 \text{ kN/m}$
Q_2	: Divisórias	$= 1,0 \text{ kN/m}^2 \times 6,0\text{m} = 6,0 \text{ kN/m}$

c) Combinações de Carregamentos

- **Combinação 1:** Verificação da ruptura no ato da protensão (E.L.U)
 COMB. 1: $G_1 + \gamma_p \cdot G_3$
 COMB. 1: $G_1 + 1,1 \cdot q_{Bi}$
- **Combinação 2:** Combinação quase-permanente de serviço. Verificação das deformações excessivas (E.L.S)
 COMB. 2: $G_1 + G_2 + G_3 + \psi_2 \cdot (Q_1 + Q_2)$
 COMB. 2: $G_1 + G_2 + q_{Bf} + 0,4 \cdot (Q_1 + Q_2)$
- **Combinação 3:** Combinação Frequente ou Permanente. Verificação da formação de fissuras, da abertura de fissuras e de vibrações excessivas em serviço (E.L.S).
 COMB. 3: $G_1 + G_2 + G_3 + \psi_1 \cdot Q_1 + \psi_2 \cdot Q_2$
 COMB. 3: $G_1 + G_2 + q_{Bf} + 0,6 \cdot Q_1 + 0,4 \cdot Q_2$
- **Combinação 4:** Combinação Rara. Verificação da formação de fissuras em serviço (E.L.S).
 COMB. 4: $G_1 + G_2 + G_3 + Q_1 + \psi_1 \cdot Q_2$
 COMB. 4: $G_1 + G_2 + q_{Bf} + Q_1 + 0,6 \cdot Q_2$
- **Combinação 5:** Verificação da ruptura no tempo infinito à flexão e à punção (E.L.U).
 COMB. 5: $1,4 \cdot (G_1 + G_2 + Q_1 + Q_2) + 0,9 \cdot G_4 \rightarrow$ Situação favorável
 COMB. 5: $1,4 \cdot (G_1 + G_2 + Q_1 + Q_2) + 1,2 \cdot G_4 \rightarrow$ Situação desfavorável

6.1.2.9 Diagrama de Momentos Fletores

Para obtenção dos momentos fletores das faixas internas e externas do pavimento com balanço, o pórtico equivalente também foi modelado no programa computacional SAP 2000 como no exemplo anterior, separando-se inicialmente a ação das cargas e a ação da protensão, e

posteriormente sobrepondo-se essas duas. Os pilares foram modelados como apoios simples, sem transmissão de momentos das lajes para os pilares.



Figura 55 - Modelagem do Pórtico com balanço

a) Para a Faixa Interna no Ato da protensão

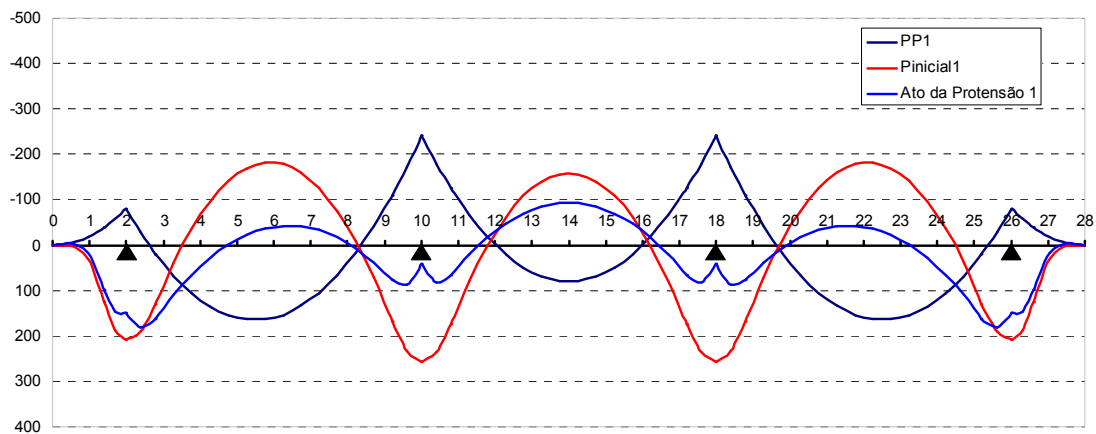


Figura 56 - Diagrama de momentos fletores (*faixa interna*) para o ato da protensão, obtidos pelo processo do pórtico equivalente para o pavimento com balanço.

Onde:

PP₁ : momentos devido ao peso próprio da laje na faixa interna

P_{inicial} : momentos devido somente à protensão inicial

AP₁ : momentos devido à sobreposição do peso próprio mais a protensão inicial

Pode-se observar no diagrama acima que os momentos provocados pelo peso próprio da laje são mais críticos nas regiões sobre os apoios internos, e nas regiões dos vãos mais extremos. Os esforços gerados pela protensão no ato da sua aplicação diminuem drasticamente os momentos devido ao peso próprio da laje, chegando a inverter as regiões tracionadas da estrutura, e no caso do vão central, a protensão causa momentos muito elevados podendo-se diminuir a sua força nessa região, melhorando seu desempenho.

Observam-se também os momentos positivos devido à protensão na região dos apoios, sendo mais críticos do que nas regiões extremas do pavimento. Neste caso a protensão causou esforços maiores do que o gerado pelo peso próprio da laje, sendo até desnecessário, pois além de inverter, a protensão duplica praticamente os esforços nessa região.

b) Para a Faixa Externa no Ato da protensão

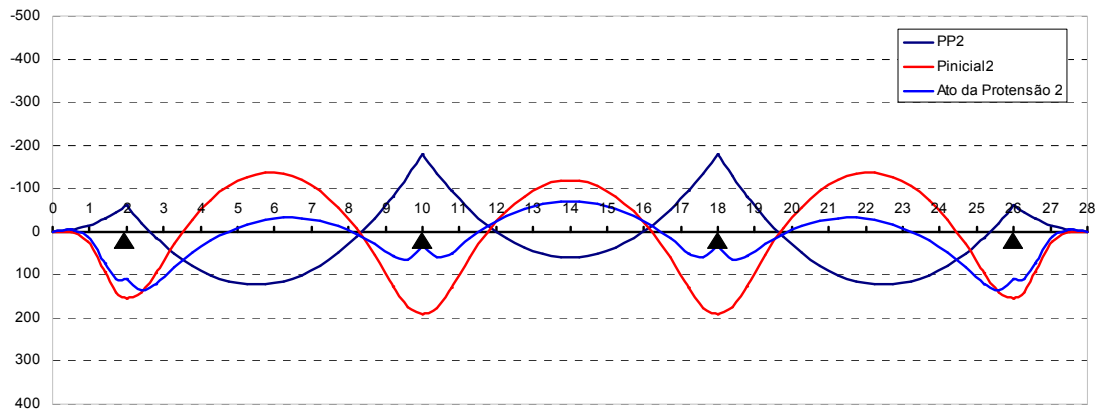


Figura 57 - Diagrama de momentos fletores (*faixa externa*) para o ato da protensão, obtidos pelo processo do pórtico equivalente para o pavimento com balanço.

Onde:

PP2 : momentos devido ao peso próprio da laje na faixa externa

P_{inicial} : momentos devido somente à protensão inicial

AP2 : momentos devido à sobreposição do peso próprio mais a protensão inicial

Os momentos gerados pelo peso próprio da laje e pela protensão na fase inicial para a faixa externa possuem o mesmo comportamento da faixa interna, porém, em menores proporções.

c) Para a Faixa Interna em serviço

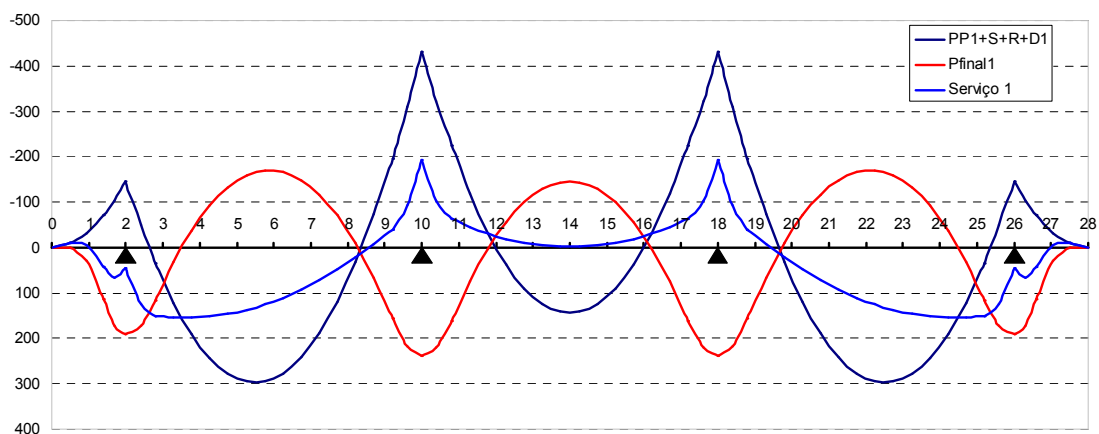


Figura 58 - Diagrama de momentos fletores (*faixa interna*) para a laje em serviço, obtidos pelo processo do pórtico equivalente para o pavimento com balanço.

Onde:

PP+S+R+D1 : momentos devido aos carregamentos atuantes na laje (*faixa interna*)

P_{final} : momentos devido somente à protensão final com todas as perdas estimadas

Serviço01 : momentos devido à sobreposição do carregamento final mais a protensão final

Para as faixas internas, a protensão gerou momentos satisfatórios, diminuindo praticamente pela metade os esforços devido aos carregamentos da estrutura. Tendo-se cuidado nas regiões dos apoios externos onde surgiram momentos maiores e inversos à aqueles que os carregamentos totais produzem.

d) Para a Faixa Externa em serviço

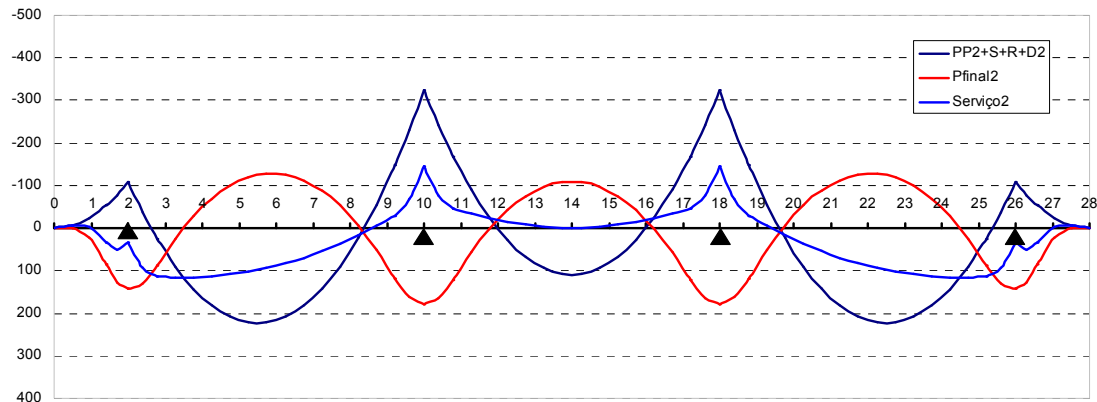


Figura 59 - Diagrama de momentos fletores (*faixa externa*) para a laje em serviço, obtidos pelo processo do pórtico equivalente para o pavimento com balanço.

Onde:

PP+S+R+D₂ : momentos devido aos carregamentos atuantes na laje (*faixa externa*)

P_{final} : momento devido somente à protensão final com todas as perdas estimadas

Serviço₂ : momento devido à sobreposição do carregamento final mais a protensão final

O comportamento da estrutura na flexão ou sob ação dos momentos fletores é parecido aos da faixa interna, porém, com valores menores devido à largura do pórtico considerado ser menor. A estrutura tende a tracionar as mesmas fibras mencionadas no caso anterior.

6.1.2.10 Distribuição de momentos na laje

Para distribuição dos momentos serão seguidos os mesmos passos do pavimento sem balanço e atendendo às recomendações sugeridas no subitem 5.2.1 deste trabalho. Os valores das figuras seguintes representam os momentos distribuídos pelos pórticos equivalentes.

a) **Momentos fletores sem protensão**

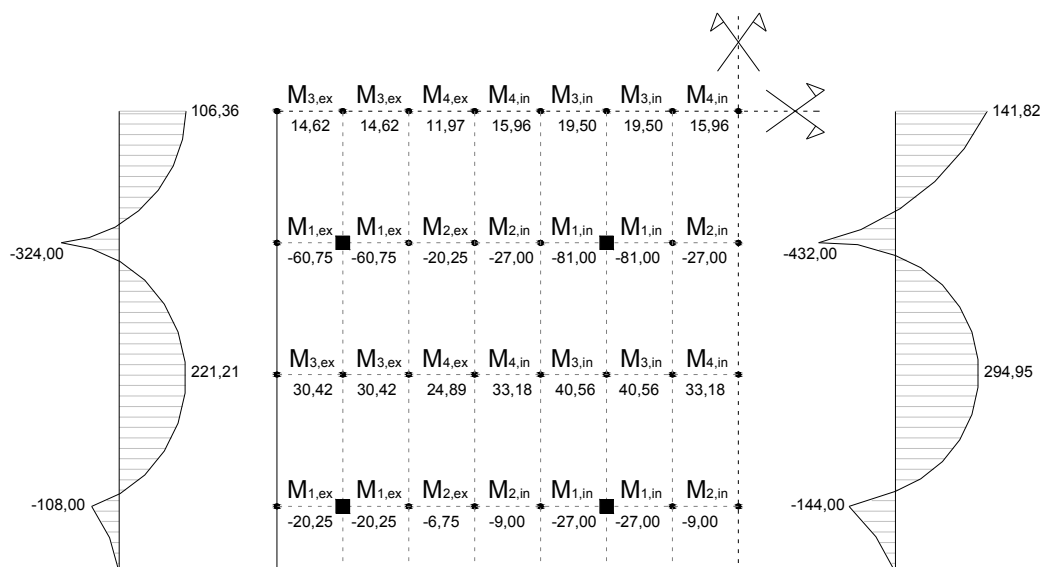


Figura 60 - Distribuição esquemática de momentos para o pavimento com balanço e sem protensão

A Figura 58 mostra a distribuição dos momentos para uma quarta parte da laje, aproveitando a simetria do pavimento. Os momentos $M_{1,ex}^-$, $M_{1,ex}^+$, $M_{2,ex}^-$ e $M_{2,ex}^+$ são aqueles encontrados anteriormente para as faixas externas (*figuras 55 e 57*) sem considerar o efeito da protensão e os momentos $M_{1,in}^-$, $M_{1,in}^+$, $M_{2,in}^-$ e $M_{2,in}^+$ aqueles encontrados para as faixas internas (*figuras 54 e 56*) sem a protensão efetivamente. Ou seja, o pavimento foi analisado como um pavimento em concreto armado, sem a protensão especificamente, buscando desta maneira, também avaliar o processo do pórtico equivalente para uma estrutura em concreto armado.

b) **Momentos fletores no ato da protensão**

A mesma maneira como foram distribuídos os momentos para o caso do pavimento sem protensão, é utilizado para o caso do pavimento no ato da protensão, avaliando-se primeiramente os momentos máximos negativos e positivos obtidos pelo pórtico equivalente nas *figuras 54 e 55*, e que posteriormente foram utilizadas para distribuir os momentos na outra direção.

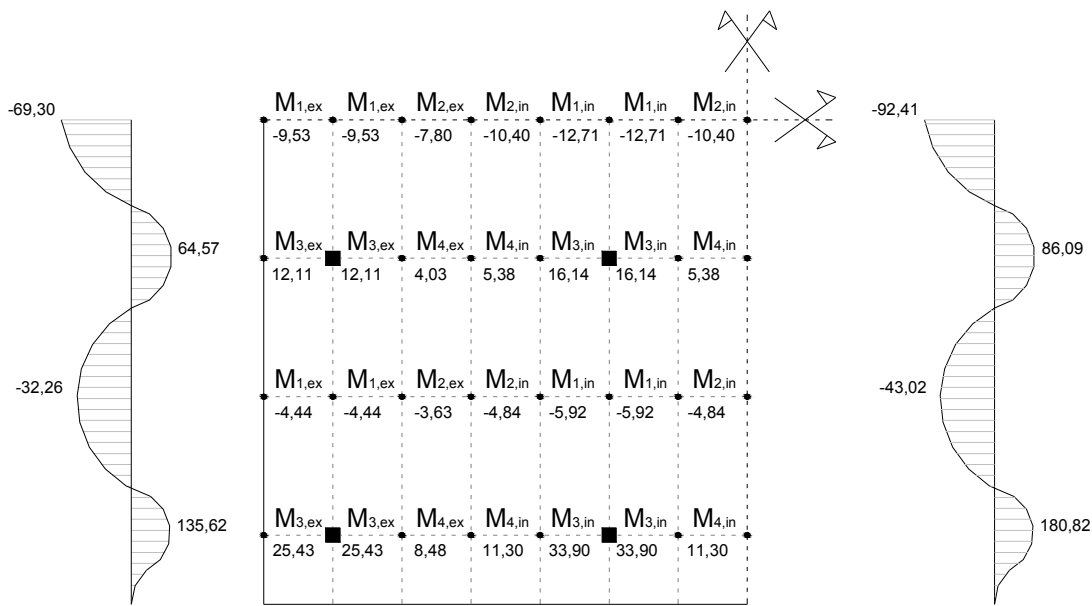


Figura 61 - Distribuição esquemática de momentos para o pavimento com balanço no ato da protensão

c) **Momentos fletores em serviço**

Analogamente às situações descritas anteriormente, foram feitas as distribuições para os momentos obtidos pelos carregamentos em serviço com a protensão final (*Figura 62*). Porém, pode-se observar que os diagramas de momentos fletores, obtidos pelo pórtico equivalente, comportam-se diferentemente para as regiões dos pilares extremos e internos. Tendo-se maiores cuidados para obter os valores dos momentos distribuídos para as seções do pavimento.

Nota-se também que os apoios internos sofrem momentos negativos (*tração nas fibras superiores*) e os apoios externos momentos positivos (*tração nas fibras inferiores*).

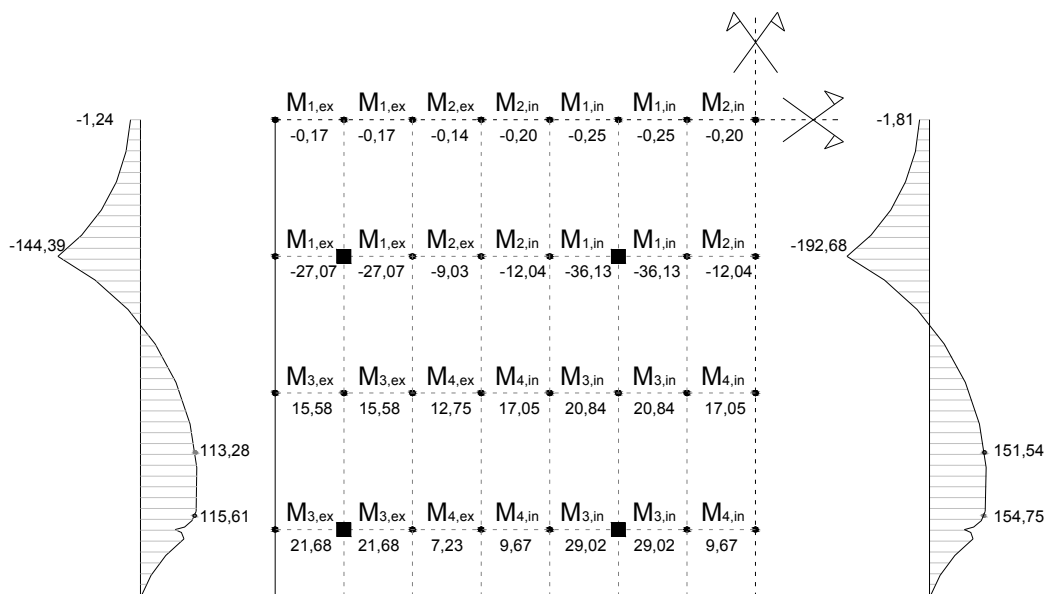


Figura 62 - Distribuição esquemática de momentos para a situação em serviço

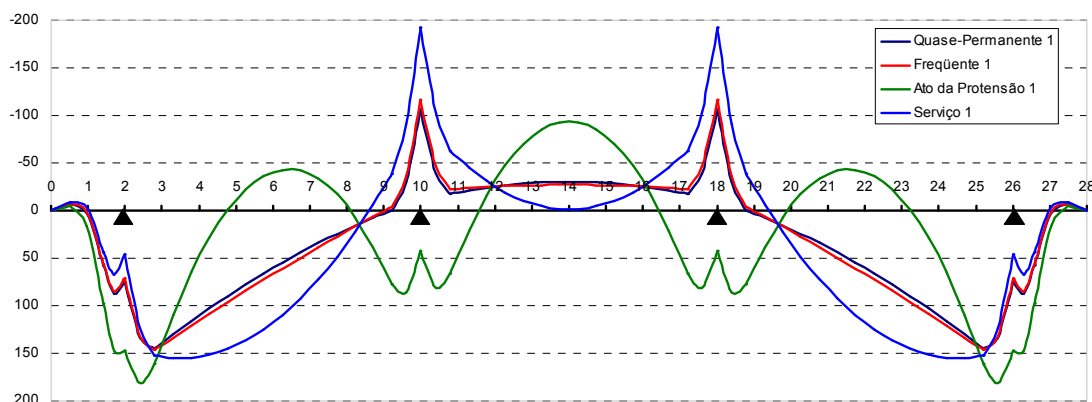
d) *Momentos em todas as combinações*

Figura 63 - Diagrama de momentos fletores para as combinações do pórtico interno com balanço

A Figura 63 mostra as diferenças das combinações em termos de momentos fletores e também para o ato da protensão onde os momentos são opostos aos demais. A combinação “serviço 1” representa a combinação de ações sem serem majorados ou minorados pelos coeficientes de ponderação, gerando portanto momentos maiores às demais combinações.

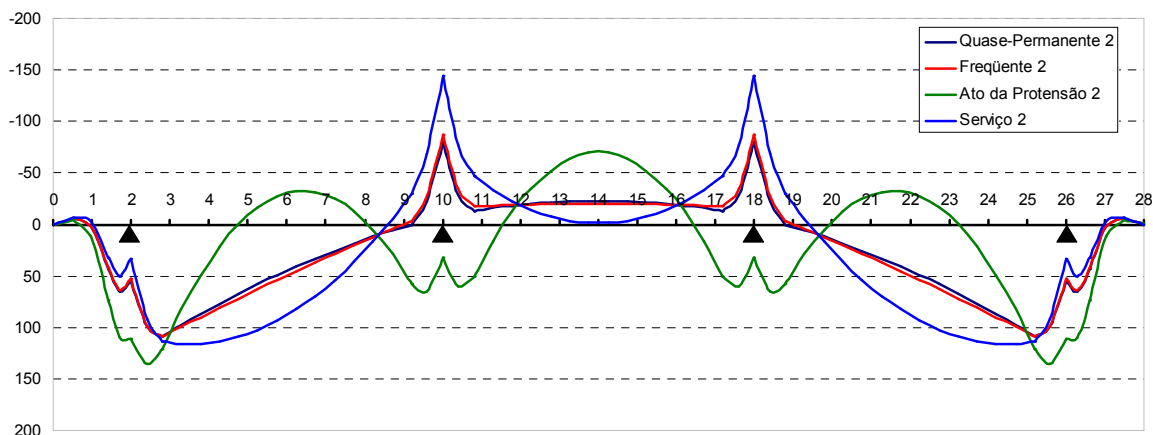


Figura 64 - Diagrama de momentos fletores para as combinações do pórtico externo com balanço

O pórtico da faixa externa fornece o mesmo comportamento que o da faixa interna em relação a momentos fletores, porém de proporções menores, devido ao seu carregamento e ao número de cordoalhas utilizadas.

6.2 LAJE PROTENDIDA POR MEIO DA ANÁLISE DE ELEMENTOS FINITOS

Para o estudo da laje protendida através do método dos elementos finitos foi utilizado o programa computacional SAP 2000. Nele foram modelados dois pavimentos idênticos aos analisados anteriormente pelo processo do pórtico equivalente. Um pavimento com balanço e o outro sem balanço, como mostrados na figura 65.

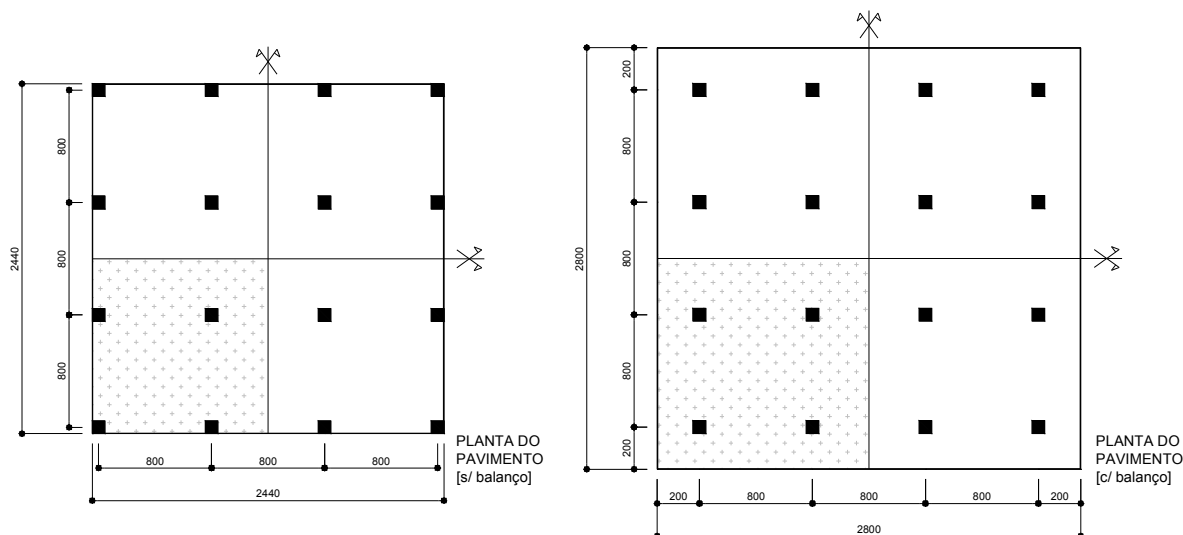


Figura 65 - Layout dos pavimentos modelados no SAP 2000

Cada um destes pavimentos foi modelado com elementos de placa de 20x20cm com refinamento na região dos pilares em alguns modelos que serão descritos mais adiante. Para facilitar o lançamento e processamento dos pavimentos, e aproveitando o layout simétrico da estrutura, o pavimento foi dividido em quatro partes como indicado nas figuras seguintes.

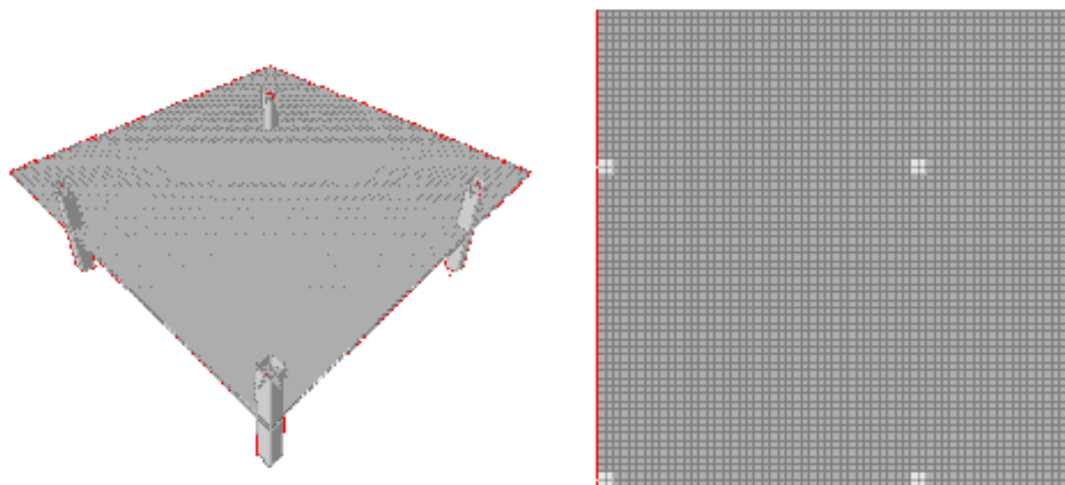


Figura 66 - Perspectiva do pavimento sem balanço modelado no SAP 2000

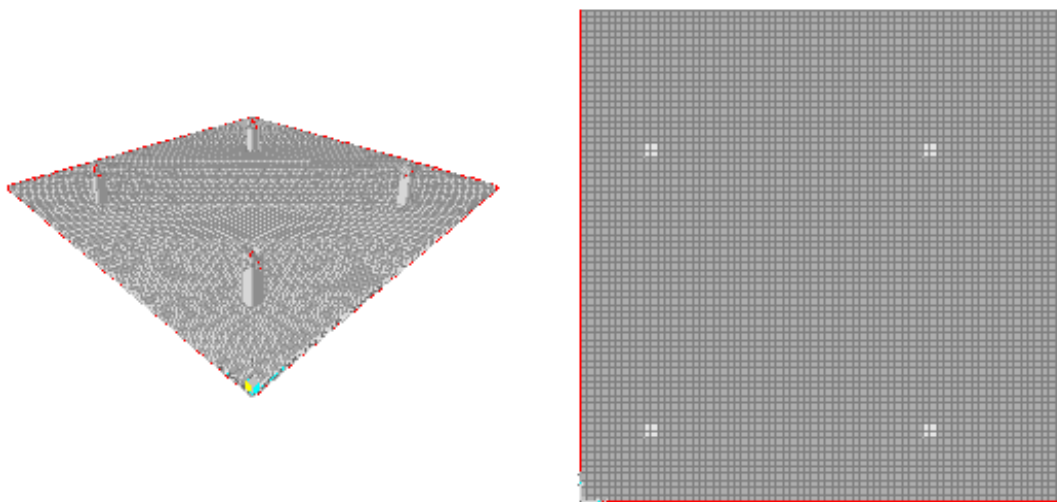


Figura 67 - Perspectiva do pavimento com balanço modelado no SAP 2000

Para representar os pilares no pavimento foram modelados como apoios simples em toda sua área, permitindo rotação e restringindo as translações, nos pontos médios da área dos pilares, e que será objeto de estudo no item seguinte.

6.2.1 Análise dos apoios no pavimento

Um dos problemas usuais neste tipo de modelo é a região dos apoios, onde existem algumas formas de estudar essa região, como por exemplo: modelagem do pilar como elemento sólido, elementos infinitamente rígidos na área do pilar, entre outros.

Para se estudar melhor os momentos fletores nos apoios, sem levar em consideração a modelagem do pilar por sólidos, foram analisados quatro modelos que podem fornecer resultados satisfatórios para análise do pavimento para esses esforços.

- a) **Modelo 1:** Elementos de placa fina, com malhas de 20x20cm e apoio simples no centro do pilar

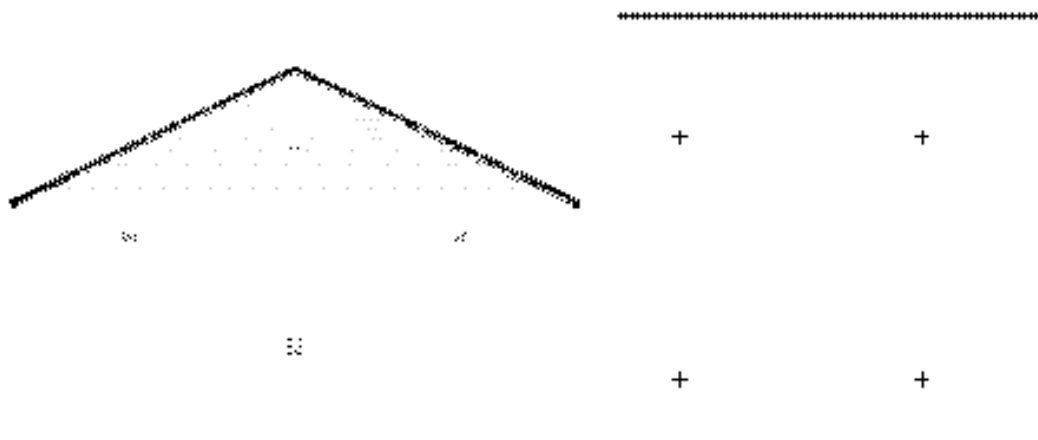


Figura 68 - Perspectiva do Modelo 1, no SAP 2000

- b) **Modelo 2:** Elementos de placas refinados na região dos pilares com malhas 10x10 cm e apoio simples no centro do pilar

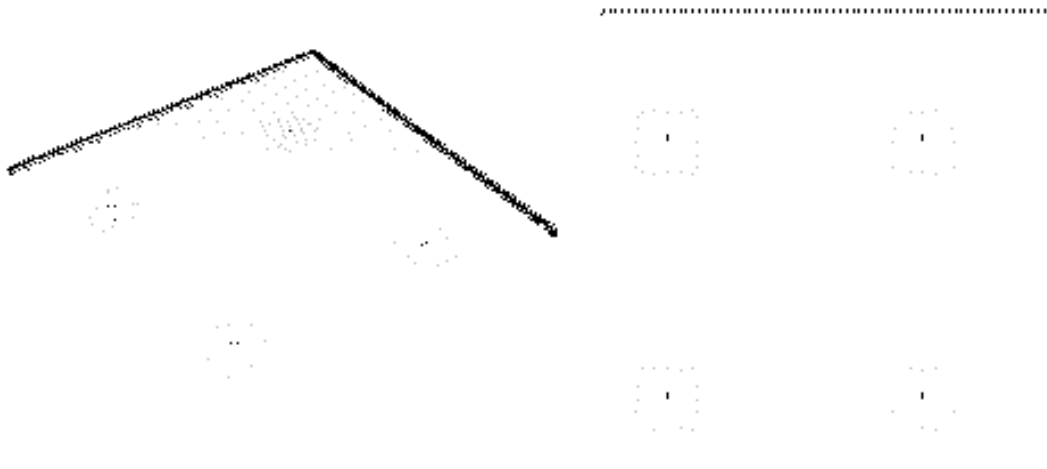


Figura 69 - Perspectiva do Modelo 2, no SAP 2000

Cabe mencionar que a região refinada é feita a 1,0m ao redor do centro do pilar.

- c) **Modelo 3:** Reação equivalente dos pilares distribuídos uniformemente sobre a área do pilar de 40x40cm

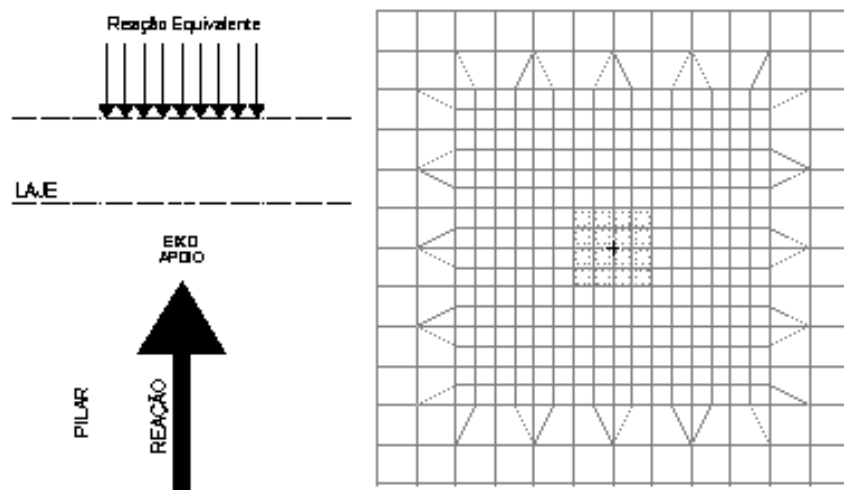


Figura 70 - Perspectiva do Modelo 3, no SAP 2000

Aplicando-se um carregamento equivalente da reação do pilar sobre o eixo médio da altura da laje, busca-se arredondar o diagrama dos momentos fletores na região dos apoios, de maneira a obter resultados satisfatórios de momentos para análise nos estados limites.

- d) **Modelo 4:** Reação equivalente dos pilares distribuídos uniformemente sobre a região dos pilares em uma área de 80x80cm

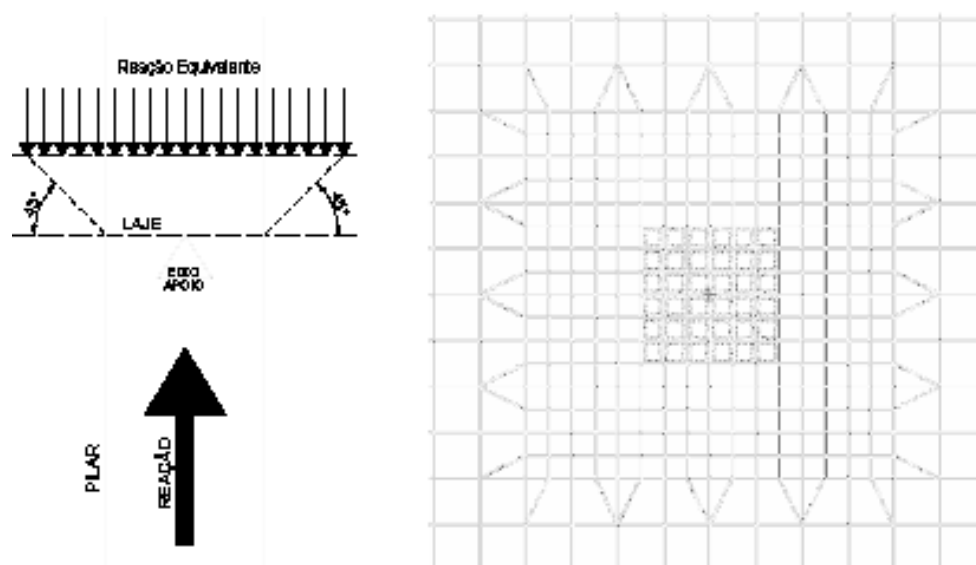


Figura 71 - Perspectiva do Modelo 3, no SAP 2000

Da mesma forma que no modelo 3, procurou-se através da aplicação do carregamento equivalente da reação a um ângulo de 45° do topo do pilar ou face inferior da laje até o eixo médio da altura da laje, encontrar momentos fletores mais adequados nessa região para análise dos estados limites.

Uma vez considerados os modelos definidos acima, passou-se à aplicação do carregamento total (PP+SC+R+D) que forneceriam momentos de referência para comparação dos resultados. Para realizar tais comparações, foi utilizado o pavimento com balanço e sem aplicação da protensão, ou seja, análise como um pavimento em concreto armado.

Em relação ao carregamento equivalente da reação, foram necessárias iterações para encontrar seu valor exato. Com o carregamento total encontram-se as reações. Essa reação é dividida pela área considerada, encontrando um carregamento que se irá aplicar sobre o pilar de cima para baixo. E assim sucessivamente até as reações se anularem.

A seguir, serão comparados os momentos fletores dos quatro modelos apresentados para seções nos vãos centrais e para seções na região dos apoios. As seções são indicadas na figura 72, correspondentes às mesmas especificadas anteriormente.

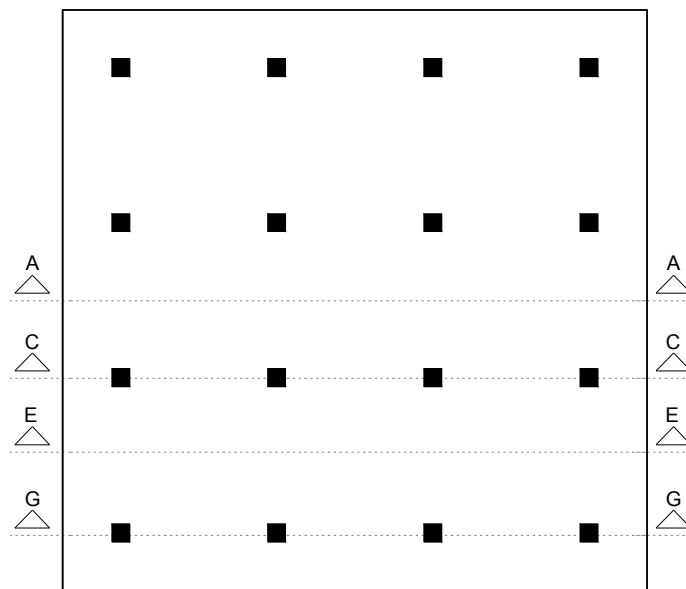


Figura 72 - Cortes ou seções no pavimento

6.2.1.1 Momentos fletores dos modelos analisados nos vãos entre apoios

a) Seção ou Corte A-A:

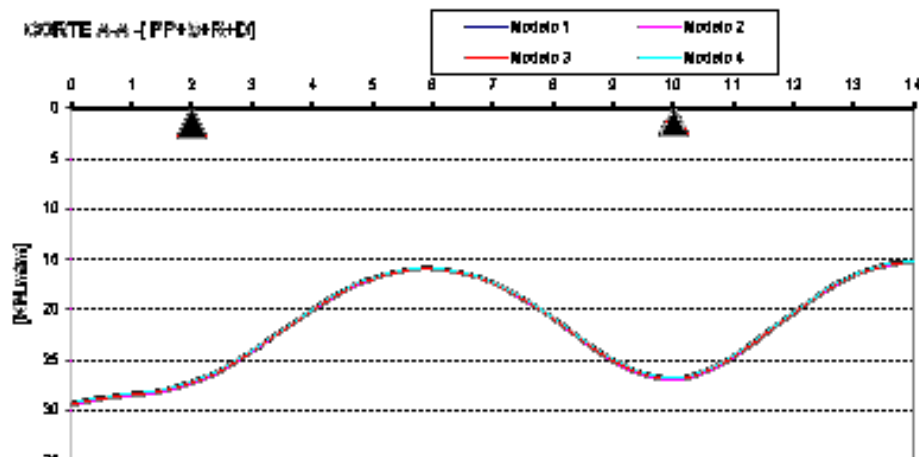


Figura 73 - Diagrama de momentos fletores na seção A-A para os modelos analisados

Pode-se observar que os modelos geram momentos fletores idênticos para uma seção situada no meio do pavimento, sendo que nos balanços e alinhamentos dos apoios, encontram-se valores maiores que àqueles situados entre regiões de apoios. O ponto 0 (zero) no eixo X do diagrama indica a borda do balanço como ponto de origem e o ponto 14 a metade do pavimento. Os pontos 2 e 10 correspondem ao alinhamento dos pilares no sentido ortogonal ao analisado.

b) Seção ou Corte E-E:

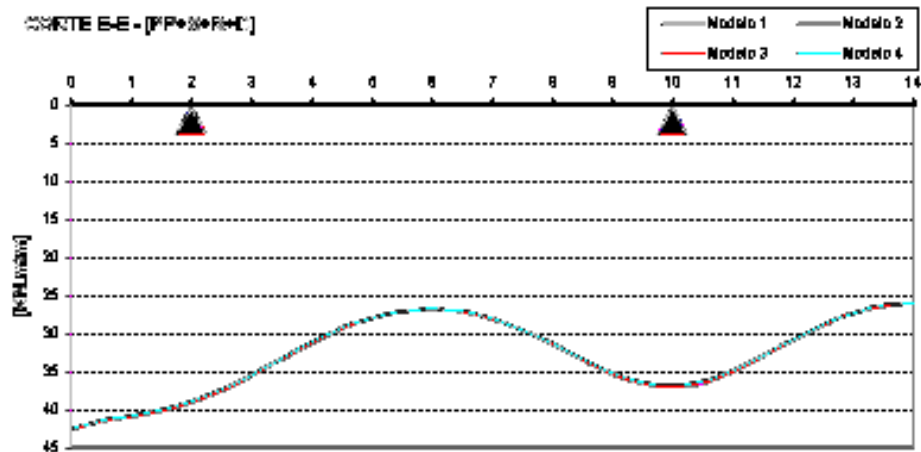


Figura 74 - Diagrama de momentos fletores na seção E-E para os modelos analisados

Para esta seção, também os modelos geram momentos similares entre si, seguindo o mesmo comportamento que na seção anterior, porém, de valores maiores. Isto demonstra que em vãos próximos às extremas do pavimento, os momentos fletores são superiores que àqueles mais internos, para um mesmo carregamento.

6.2.1.2 Momentos fletores dos modelos analisados nas regiões de apoios

a) Seção ou Corte C-C:

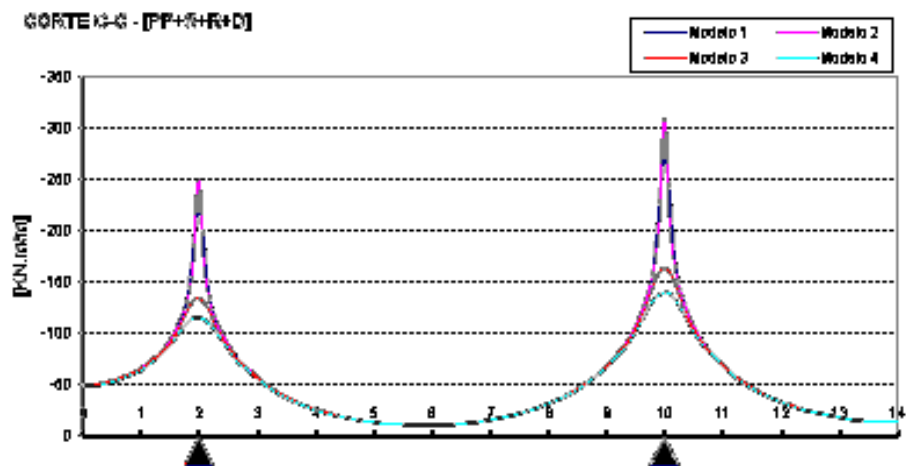


Figura 75 - Diagrama de momentos fletores na seção C-C para os modelos analisados

Na figura acima, pode-se observar os picos de momentos para cada modelo. O modelo 1 por ter sido considerado apoio simples para a seção do pilar, gerou momentos bastante elevados nesse ponto, assim também como o modelo 2. Isso devido ao refinamento da malha na região dos pilares, ou seja, quanto mais refinado for a malha, mais esse pico ou valor tenderá ao infinito. Os momentos entre os apoios são praticamente os mesmos, diferenciados somente na região dos pilares, onde os

momentos gerados nos apoios das partes extremas e nos balanços do pavimento são menores que aos surgidos nos pilares internos.

Ampliando-se, por exemplo, a região dos apoios, ressalta-se o arredondamento do diagrama devido à distribuição das reações como carregamentos equivalentes na área do pilar, que fornecem valores mais satisfatórios para a análise da estrutura e que suprem a falta da modelagem do pilar como elemento sólido. Os pontos indicados são a cada 20cm, tendo como o ponto central do pilar o 2,0.

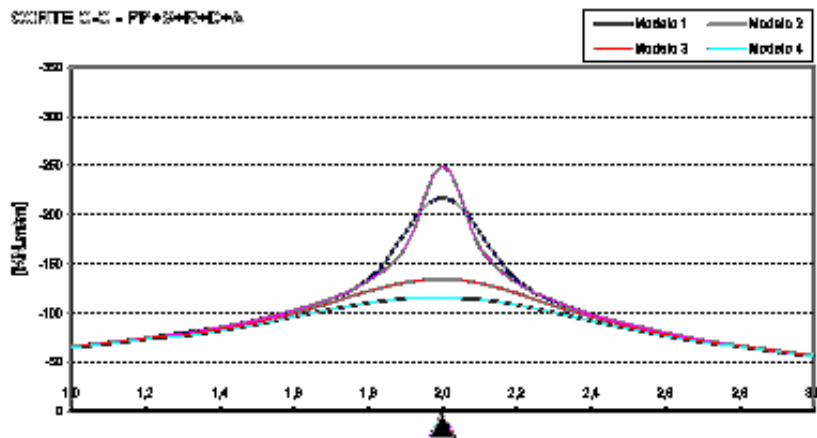


Figura 76 - Ampliação do diagrama de momentos na região do apoio da extrema

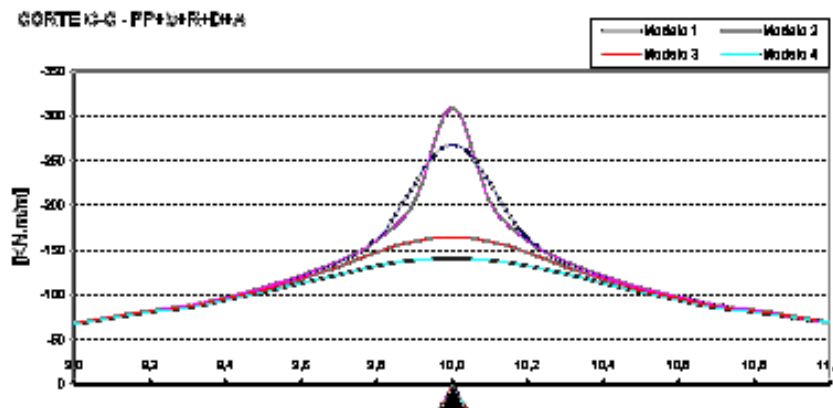


Figura 77 - Ampliação do diagrama de momentos na região do apoio interno

A distribuição do carregamento equivalente da reação numa área tal que faça 45° com o topo do pilar (*ver figura 61*), fornece valores pouco menores que aos gerados pelo modelo 3, por causa que o arredondamento dos momentos se dá um pouco antes que outro.

b) Seção ou Corte G-G:

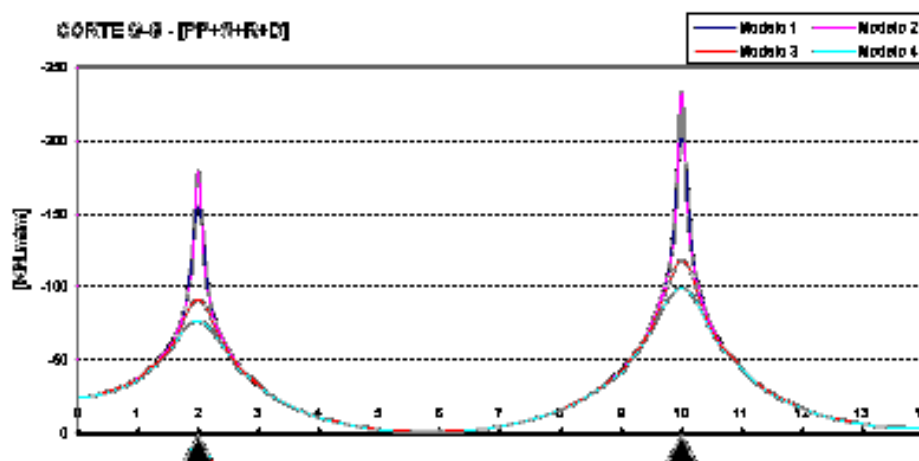


Figura 78 - Diagrama de momentos fletores na seção G-G para os modelos analisados

A seção G-G teve um comportamento idêntico ao da seção anterior, porém, em valores menores nas regiões dos apoios. Os modelos 3 e 4 originaram arredondamentos parecidos aos anteriormente comentados, buscando-se sempre obter valores mais próximos ao real e que sirvam de referência para os estados limites.

Analizados todos os modelos, resolveu-se adotar o modelo 4 como referência para análise do pavimento e posterior comparação com o processo do pórtico equivalente, somente com os carregamentos totais sem a protensão, tentando analisar o pavimento em concreto armado.

Foram comparados os diagramas obtidos pelo modelo numérico, através do programa SAP 2000, e os momentos distribuídos obtidos pelo processo do pórtico equivalente, tanto para o pavimento com balanço como para aquele sem balanço.

6.2.2 Comparação do pórtico equivalente e elementos finitos sem protensão para o pavimento sem balanço

6.2.2.1 Pavimento sem balanço: seção A-A

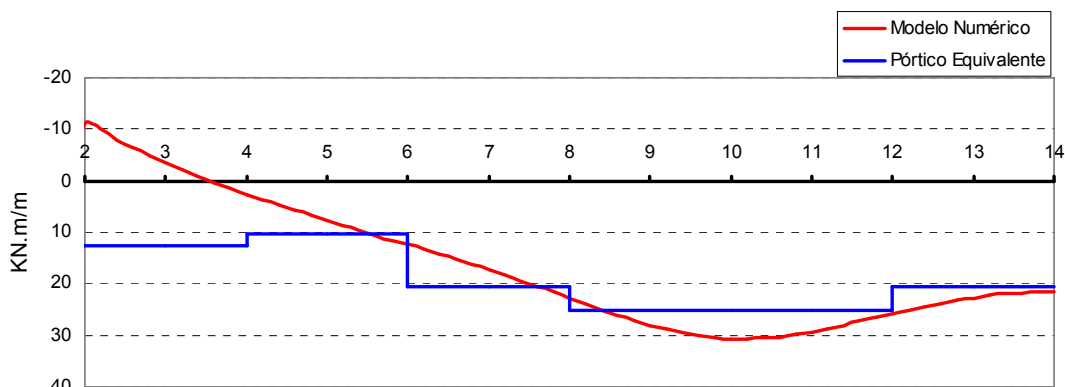


Figura 79 - Pórtico equivalente x Modelo numérico - Pavimento sem balanço e com vigas - Seção A-A

Comparando-se então os momentos distribuídos encontrados pelo pórtico equivalente e os momentos obtidos pelo modelo numérico, se pode observar que na extremidade do pavimento o comportamento é totalmente diferente entre um e outro. Isto devido à presença de vigas nas bordas do pavimento que servem como apoio, e que conseqüentemente geram momentos negativos.

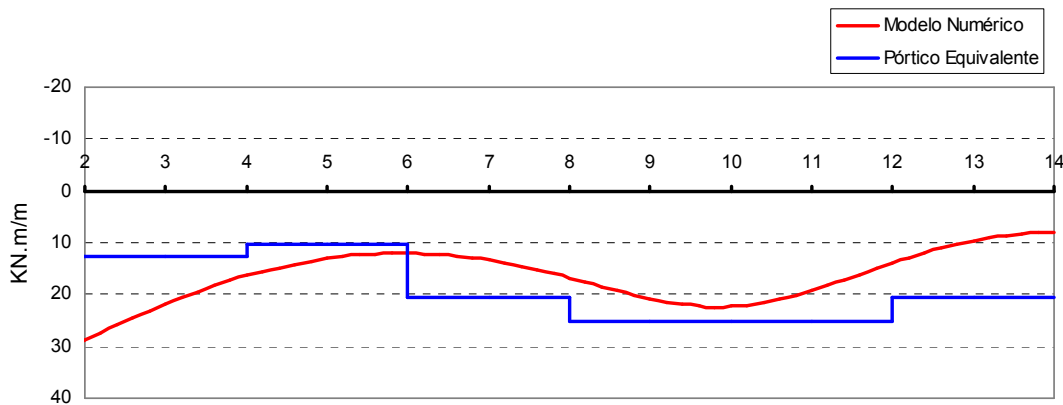


Figura 80 - Pórtico equivalente x Modelo numérico - Pavimento sem balanço e sem vigas - Seção A-A

Para o pavimento com bordas livres, ou seja, sem vigas nas extremas, os momentos encontrados pelo modelo numérico são maiores que os distribuídos pelo pórtico equivalente na região das partes extremas, mas que pelo menos segue a tendência, como não é o caso do pavimento com vigas. Para as regiões fora das partes extremas os momentos distribuídos cobrem satisfatoriamente os momentos devidos ao carregamento total, analisados somente como concreto armado.

Portanto, deve-se prestar atenção principalmente nos extremos do pavimento quando se faz um dimensionamento pelo processo do pórtico equivalente, pois os valores gerados tendem a ser diferentes, principalmente quando se tem vigas nas extremidades do pavimento e que merecem ser analisados de alguma outra maneira.

Cabe lembrar também, que os pontos 2 e 10 do eixo das abscissas, correspondem ao alinhamento dos pilares no outro sentido, servindo de referencia também à seção E-E.

6.2.2.2 Pavimento sem balanço: seção E-E

Para a seção E-E acontece o mesmo que na seção anterior com os momentos nas partes extremas, ou seja, são opostos para o pavimento com vigas e maiores para o pavimento sem viga. Além de no caso do pavimento sem vigas, serem insuficientes em termos de momentos, pois os momentos gerados pelo pórtico equivalente são menores em todas as regiões que aos dos elementos finitos, cujos valores são mais precisos (Figura 82).

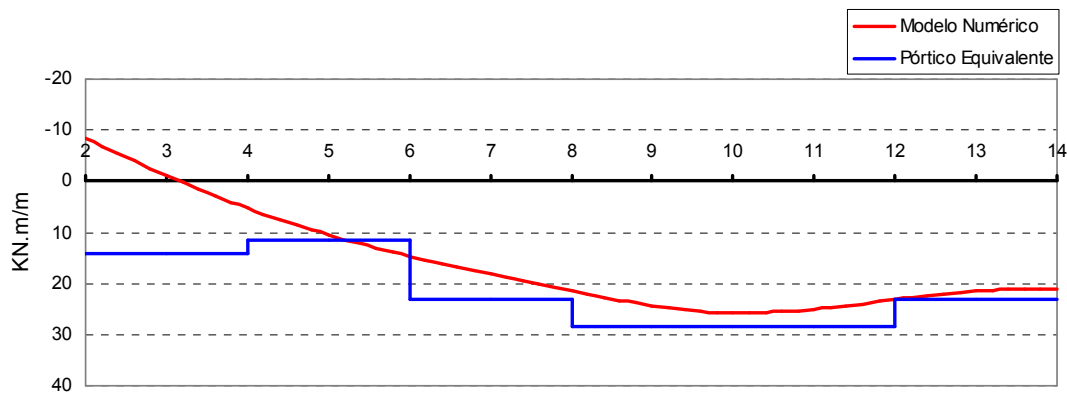


Figura 81 - Pórtico equivalente x Modelo numérico - Pavimento sem balanço e com vigas - Seção E-E

Para análise das partes extremas do pavimento com vigas, serão necessários estudos adicionais para obtenção de resultados satisfatórios para análise.

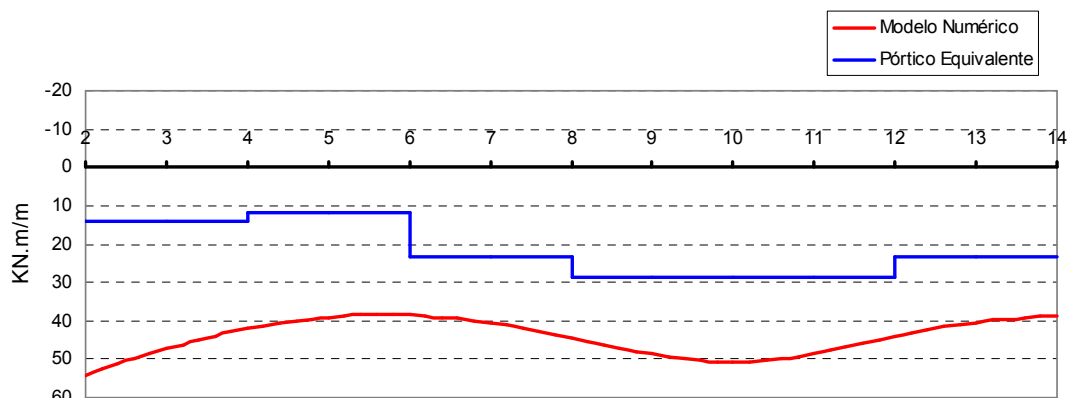


Figura 82 -Pórtico equivalente x Modelo numérico - Pavimento sem balanço e sem vigas - Seção E-E

6.2.2.3 Pavimento sem balanço: seção C-C

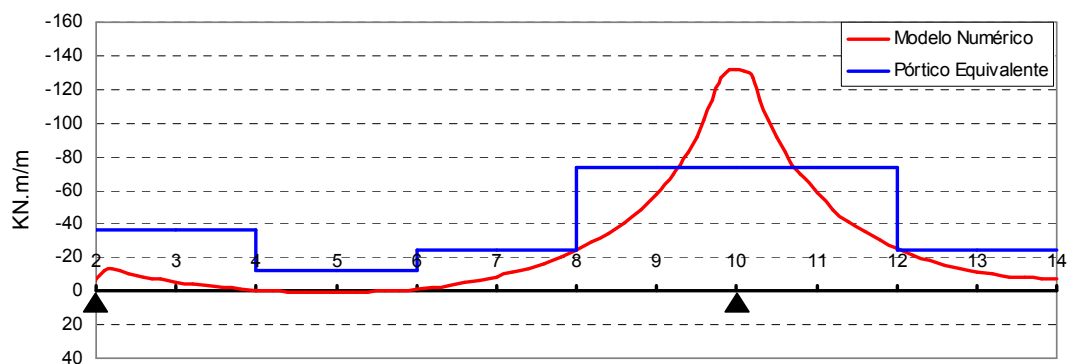


Figura 83 - Pórtico equivalente x Modelo numérico - Pavimento sem balanço e com vigas - Seção C-C

Para a seção C-C o pórtico equivalente gera valores satisfatórios para análise, quando colocadas vigas nas bordas do pavimento, tanto para as regiões extremas como para as internas do pavimento, cobrindo praticamente a área do diagrama “real” da estrutura modelada.

Já para o pavimento modelado sem vigas nas bordas, os momentos negativos que surgem

nas partes extremas são bem maiores que os distribuídos pelo pórtico equivalente, sendo insuficientes na utilização dos estados limites de serviço, principalmente nas regiões dos apoios.

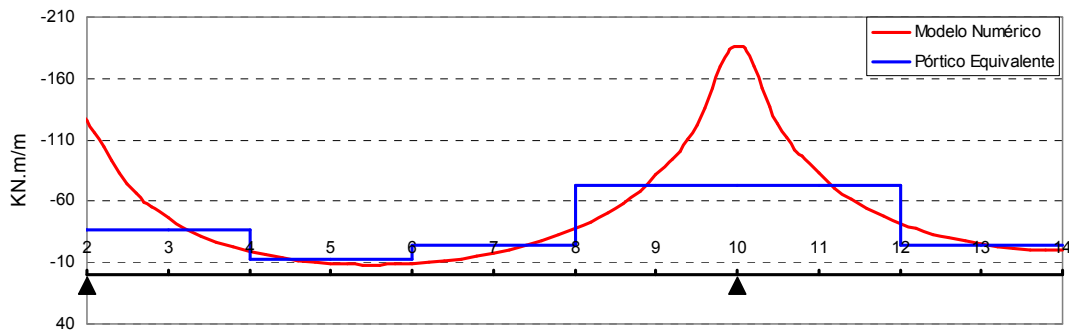


Figura 84 - Pórtico equivalente x Modelo numérico - Pavimento sem balanço e sem vigas - Seção C-C

6.2.2.4 Pavimento sem balanço: seção G-G

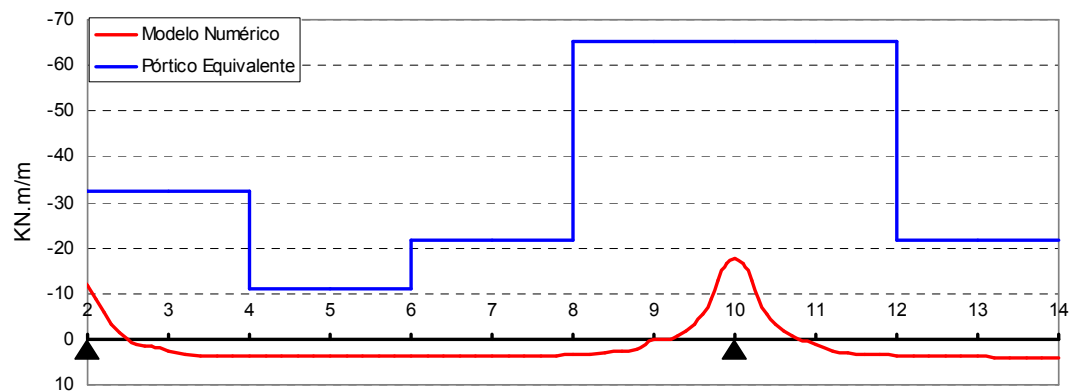


Figura 85 - Pórtico equivalente x Modelo numérico - Pavimento sem balanço - Seção G-G

Para esta seção os diagramas de momentos do pavimento obtidos pelo modelo numérico com vigas e sem vigas nas bordas, tiveram o mesmo comportamento e de valores praticamente iguais, ficando abaixo da área dos momentos distribuídos pelo pórtico equivalente, estando este dessa maneira a favor da segurança para sua análise.

6.2.3 Comparação do pórtico equivalente e elementos finitos sem protensão para o pavimento com balanço

A mesma avaliação que foi feita para o pavimento sem balanço com carregamentos totais e sem a participação da protensão será feita para a estrutura com balanço, levando-se em conta as mesmas ações, buscando desta maneira também avaliar os momentos distribuídos pelo pórtico equivalente e os momentos gerados pelo modelo numérico, através do programa SAP 2000.

6.2.3.1 Pavimento com balanço: Seção A-A

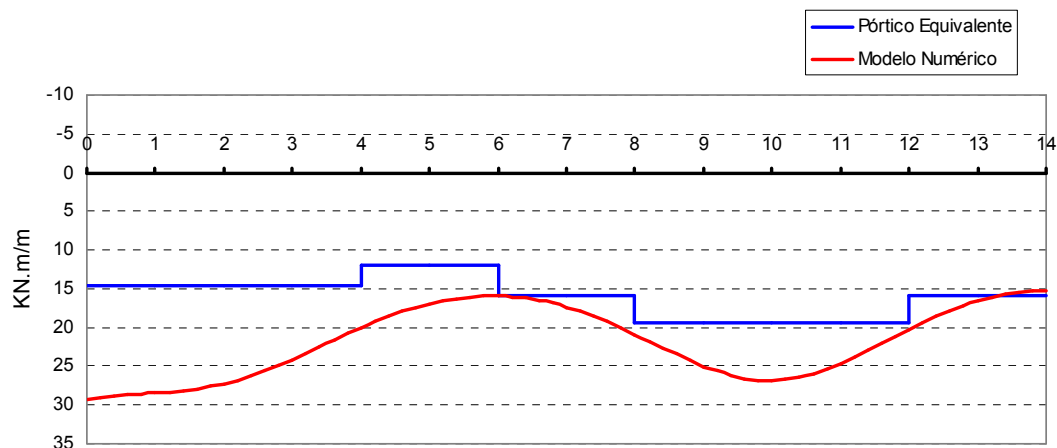


Figura 86 - Pórtico equivalente x Modelo numérico - Pavimento com balanço - Seção A-A

Pode-se observar que os momentos distribuídos obtidos pelo pórtico equivalente são menores que os encontrados pelo modelo numérico, principalmente nas regiões das extremidades do pavimento. Isto acontece para seções mais internas do pavimento.

6.2.3.2 Pavimento com balanço: Seção E-E

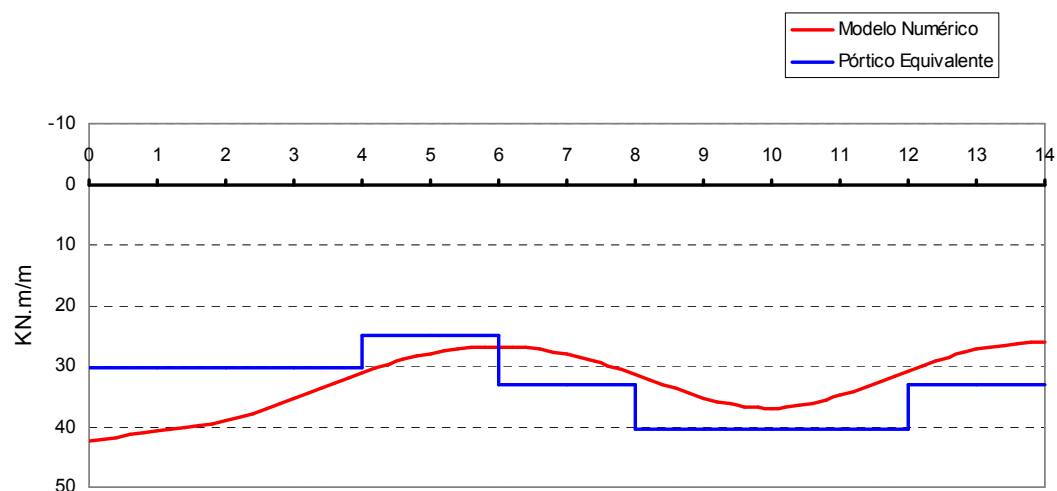


Figura 87 - Pórtico equivalente x Modelo numérico - Pavimento com balanço - Seção E-E

Para o caso da seção E-E, os momentos obtidos pelo pórtico equivalente se aproximam dos obtidos pelo MEF nos alinhamentos dos apoios internos, mas para as regiões extremas do pavimento os momentos gerados por esse processo estão abaixo dos momentos obtidos pelo modelo numérico e que podem estar contra a segurança nas verificações dos estados limites.

6.2.3.3 Pavimento com balanço: Seção C-C

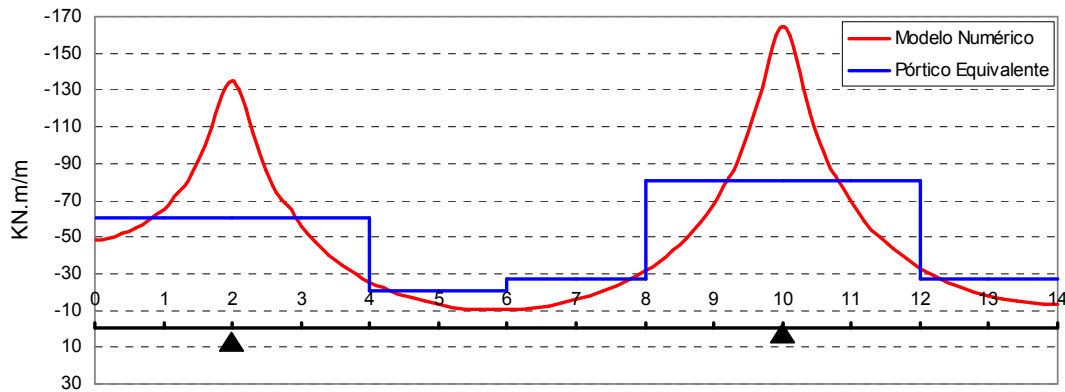


Figura 88 - Pórtico equivalente x Modelo numérico - Pavimento com balanço - Seção C-C

Nas seções sobre faixas mais internas, o pórtico equivalente fornece valores satisfatórios para análise. A área que cobre os momentos distribuídos é praticamente igual à área do diagrama do modelo numérico na mesma região.

6.2.3.4 Pavimento com balanço: Seção G-G

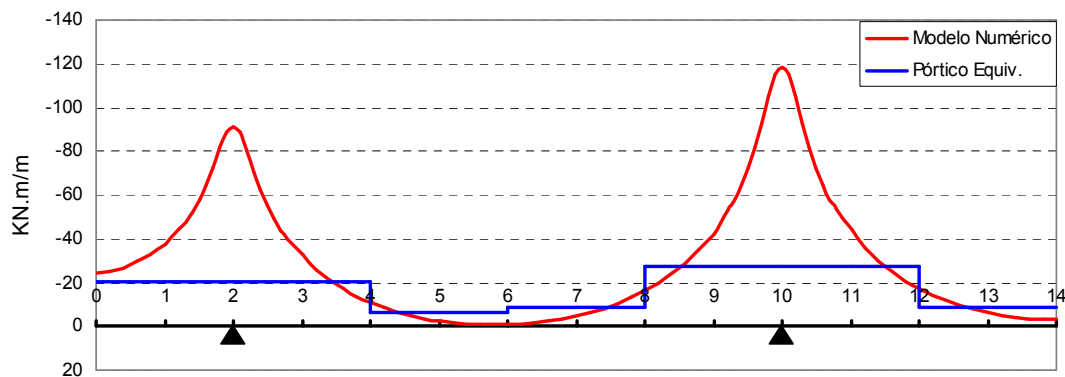


Figura 89 - Pórtico equivalente x Modelo numérico - Pavimento com balanço - Seção G-G

Os momentos distribuídos pelo pórtico equivalente são menores que os encontrados pelo modelo numérico, tendo também suas áreas menores que as áreas dos diagramas estimados reais, no entanto, segue a tendência de distribuição das regiões tracionadas.

6.2.4 Traçado dos cabos em planta para o pavimento sem balanço

Conhecidos a quantidade de cabos anteriormente calculados pelo processo do pórtico equivalente, definido o carregamento equivalente de cada cordoalha, estudado o modelo que representa melhor os momentos nos apoios e por último, analisados os momentos nas seções devido aos carregamentos totais do pavimento sem a protensão; foi possível realizar o estudo do traçado em planta das cordoalhas na laje, através de alternativas de traçado levando em conta as concentrações dessas cordoalhas em regiões dos apoios e em regiões no vão.

Para tanto, foram escolhidos quatro traçados para uma avaliação melhor de seus efeitos nos momentos fletores do pavimento sem balanço, sendo representados nas figuras seguintes:

1) Alternativa de traçado 1

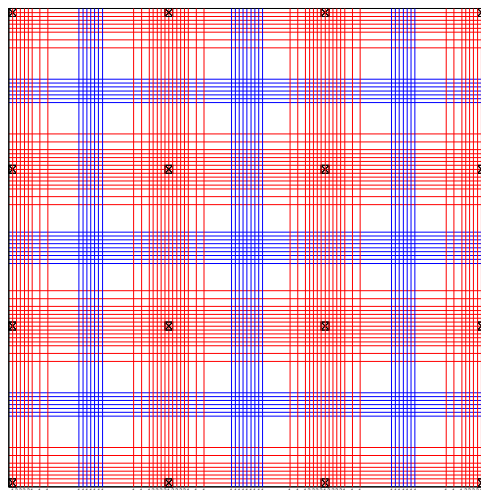


Figura 90 - Alternativa de traçado 1 dos cabos no pavimento sem balanço

Para este traçado foi considerada a mesma quantidade de cordoalhas encontradas pelo pórtico equivalente (32 *cordoalhas*) e distribuídos 70% (23 *cordoalhas*) na região dos apoios e 30% (9 *cordoalhas*) na região do vão. A distribuição deu-se em ambas as direções do pavimento sem balanço.

2) Alternativa de traçado 2

Neste traçado foi adotado que todas as 32 cordoalhas ficariam somente na região dos apoios, e na região do vão nenhuma cordoalha, buscando concentrar toda a protensão na região dos apoios. Isso vale também para ambas direções do pavimento sem balanço.

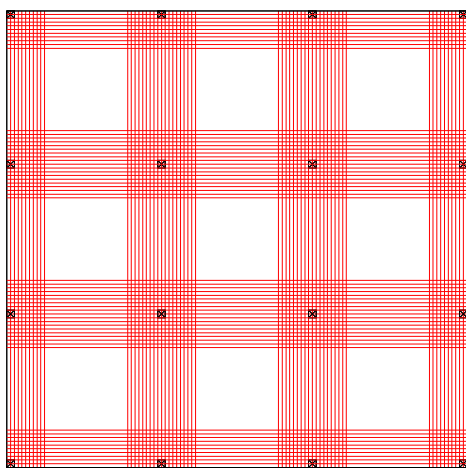


Figura 91 - Alternativa de traçado 2 dos cabos no pavimento sem balanço

3) Alternativa de traçado 3:

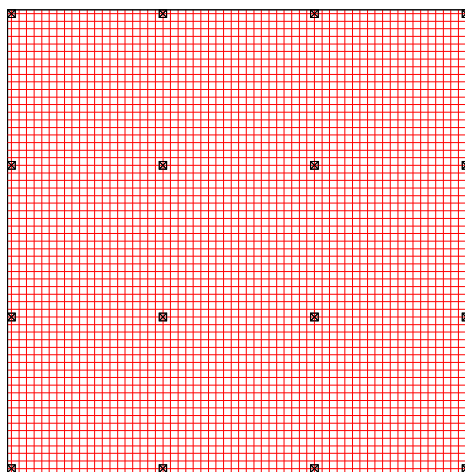


Figura 92 - Alternativa de traçado 3 dos cabos no pavimento sem balanço

Nesta alternativa admitiu-se que todas as cordoalhas seriam igualmente espaçadas e distribuídas em toda a laje, sem levar em consideração nenhum critério ou regra para seu traçado. Simplesmente adotou-se a quantidade de cordoalhas por metro calculado no exemplo do pórtico equivalente sem balanço e foram distribuídas em toda a laje.

4) Alternativa de traçado 4

Para o traçado da alternativa 4, adotou-se os traçados de cordoalhas da alternativa 1 na direção “y” do pavimento e para a direção “x” o traçado da alternativa 3. Ou seja, numa direção concentrando as cordoalhas nas regiões dos apoios e dos vãos, e na outra distribuídas e espaçadas igualmente.

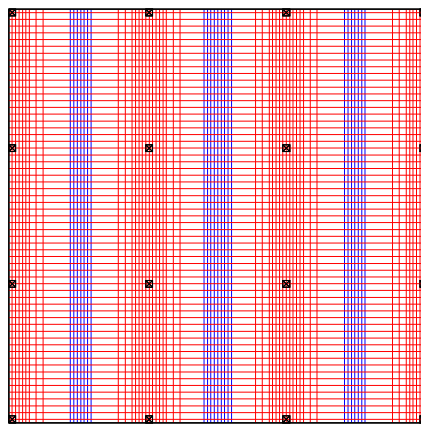


Figura 93 - Alternativa de traçado 4 dos cabos no pavimento sem balanço

Para avaliação global dos traçados e de seus efeitos, foram desenhados os momentos fletores do pavimento para cada alternativa, situações de serviço e no ato da protensão. Estes diagramas gerados foram comparados com os momentos distribuídos pelo pórtico equivalente para as mesmas situações citadas anteriormente.

Cabe mencionar que no modelo numérico foram lançados os carregamentos equivalentes da protensão inicial e final, aplicando-se em cada nó do pavimento. A curva do traçado das cordoalhas em cima dos apoios gerou carregamentos de cima para baixo nessas regiões, e de baixo para cima nos vãos centrais e balanços, como é mostrado a seguir:

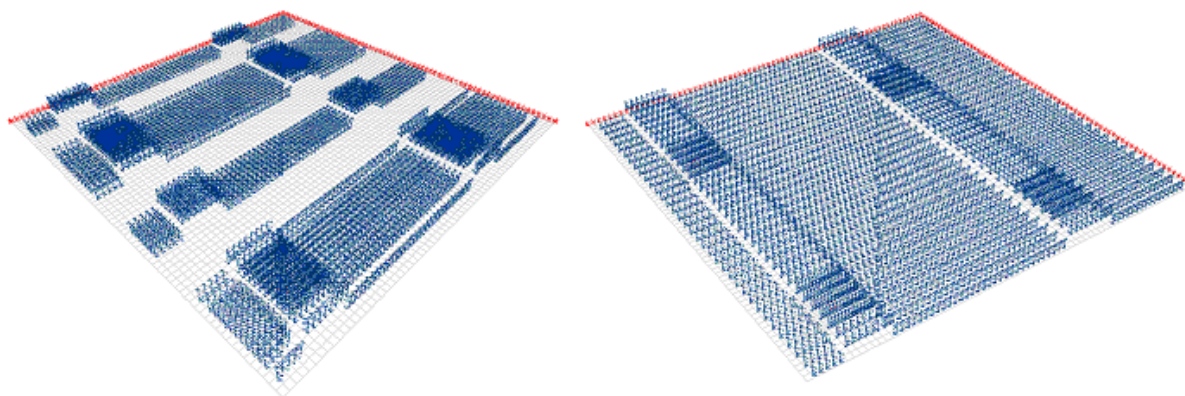


Figura 94 - Exemplo dos carregamentos equivalentes de protensão aplicados ao pavimento

A figura 83 mostra os carregamentos equivalentes de protensão para as alternativas de traçado 1 e 3 respectivamente, para uma única direção. Neste caso, direção “x”.

6.2.5 Diagrama de momentos fletores para os traçados, para o pavimento sem balanço.

Como comentado anteriormente, serão comparados os momentos em serviço e no ato da protensão para cada traçado definido, e ainda comparados com os momentos distribuídos do pórtico equivalente.

a) Seção A-A

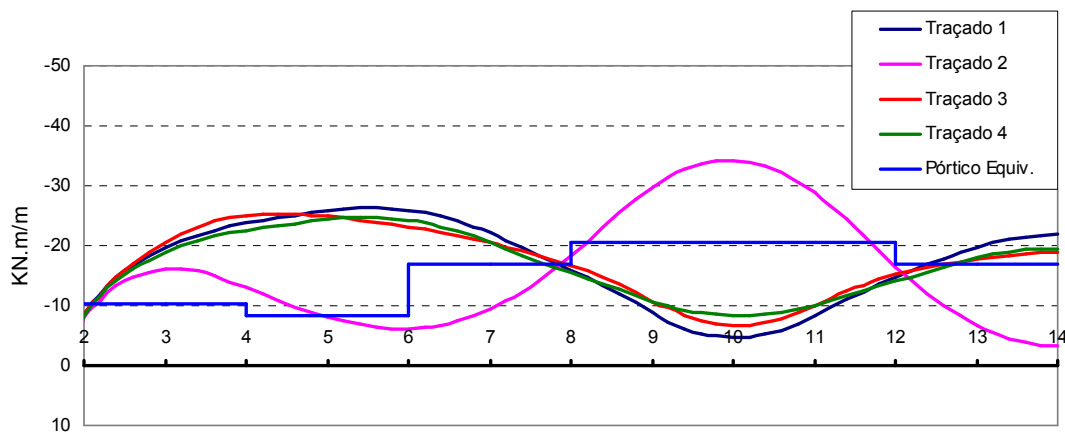


Figura 95 - Momentos no ato da protensão dos traçados para a seção A-A do pavimento sem balanço e com vigas

Para o ato da protensão do pavimento com vigas, o traçado 2 teve um desempenho diferente dos demais, pelo fato da concentração total dos cabos na região dos apoios. Mesmo assim, os momentos distribuídos pelo pórtico equivalente estiveram próximos aos momentos obtidos pelo modelo numérico para o traçado 2. As demais alternativas comportaram-se de forma bastante parecida entre si, mas não acompanharam a tendência dos momentos distribuídos pelo pórtico equivalente.

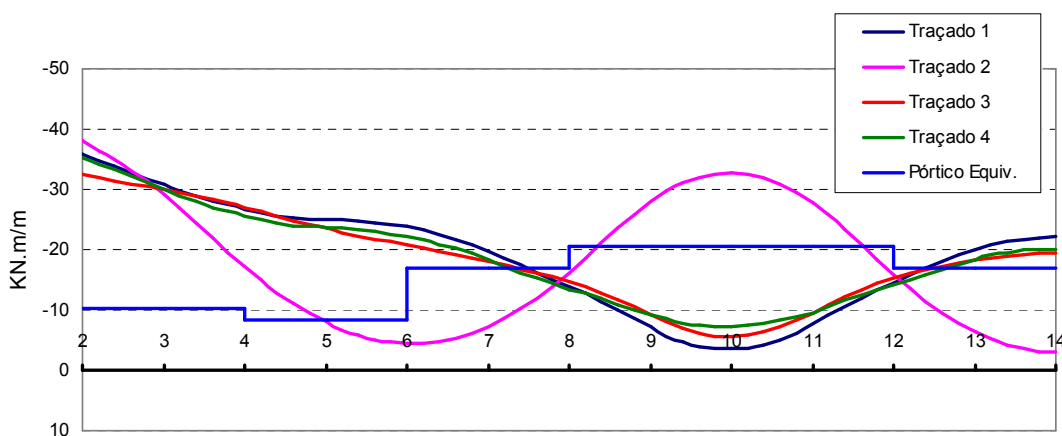


Figura 96 - Momentos no ato da protensão dos traçados para a seção A-A do pavimento sem balanço e sem vigas

Para o pavimento sem vigas, a protensão gera momentos muito elevados na região das extremidades do pavimento para qualquer traçado escolhido. Mesmo assim, o traçado 2 acompanha mais os momentos distribuídos pelo pórtico equivalente para este caso.

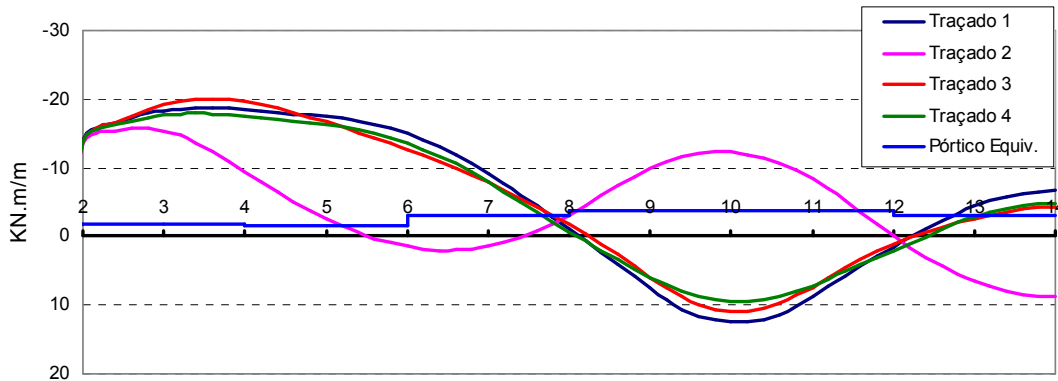


Figura 97 - Momentos em serviço dos traçados de cabos para a seção A-A do pavimento sem balanço e com vigas

Em serviço, o traçado 2 novamente gerou momentos inversos aos demais, porém, compatível com os momentos distribuídos gerados pelo pórtico equivalente. Para os demais traçados, os momentos originados são contrários aos distribuídos pelo pórtico equivalente, nas regiões dos alinhamentos dos pilares internos, e muito elevados para as regiões extremas.

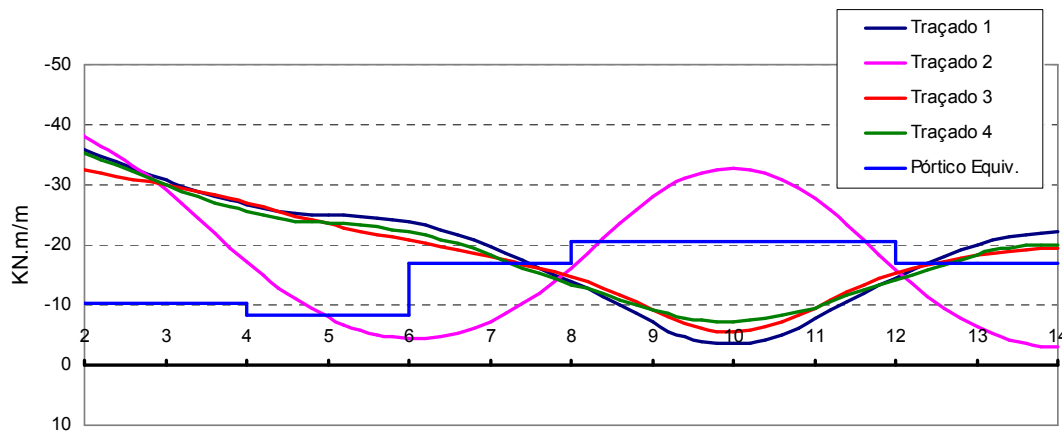


Figura 98 - Momentos em serviço dos traçados de cabos para a seção A-A do pavimento sem balanço e sem vigas

Para o pavimento sem vigas todas as alternativas geram momentos negativos, mesmo assim, o traçado 2 tende ao comportamento do pórtico equivalente, mas cujos valores só satisfazem as regiões internas do pavimento.

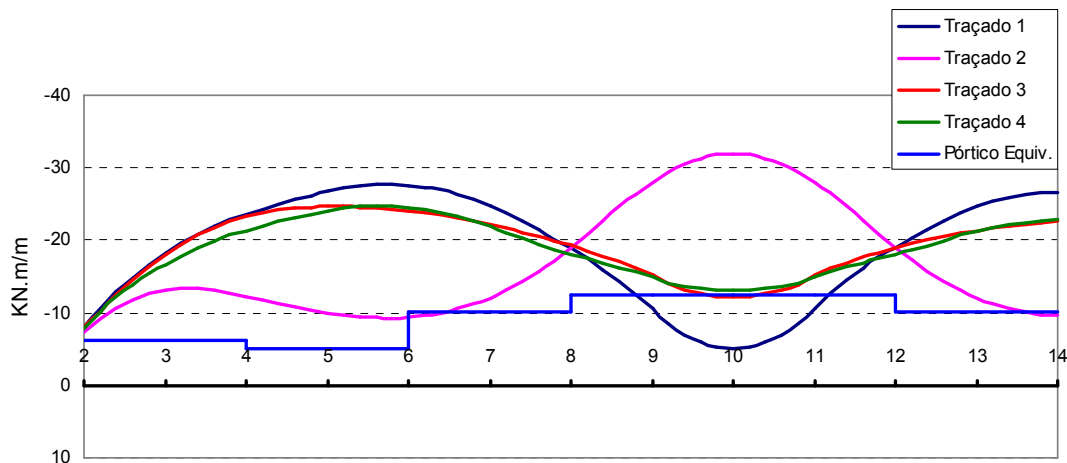
b) Seção E-E:

Figura 99 - Momentos no ato da protensão dos traçados para a seção E-E do pavimento sem balanço e com vigas

Os momentos distribuídos pelo pórtico equivalente são insuficientes para o ato da protensão, em relação aos traçados definidos, tanto para o pavimento com ou sem vigas, onde a área de distribuição encontra-se abaixo dos diagramas de momentos dos mesmos traçados.

O comportamento nesta seção é análogo à seção anterior A-A.

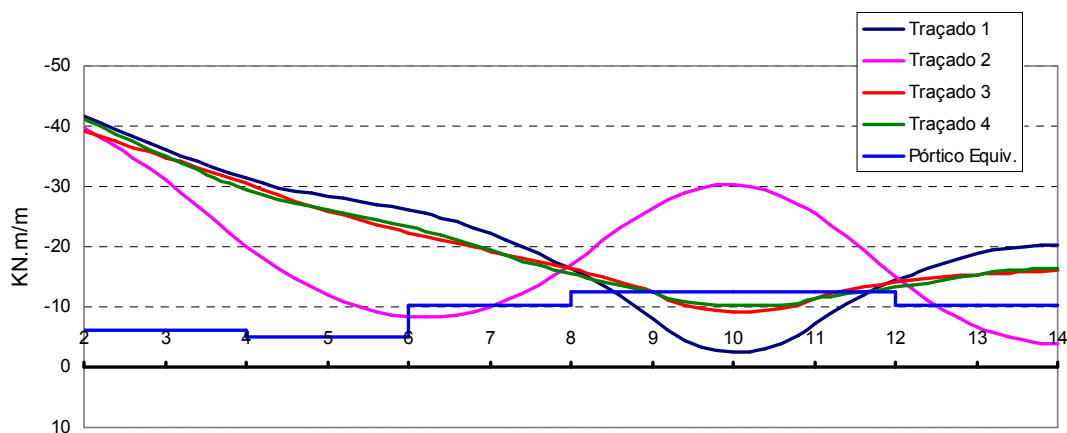


Figura 100 - Momentos no ato da protensão dos traçados para a seção E-E do pavimento sem balanço e sem vigas

Os momentos distribuídos em serviço foram satisfatórios nas regiões dos alinhamentos dos pilares internos para a maioria dos traçados, exceto o traçado 2 cujos cabos foram concentrados totalmente na região dos apoios. Na extremidade do pavimento, novamente se têm valores muito elevados dos traçados, se comparados os gerados pelo método dos elementos finitos, cuja tendência é fornecer valores mais precisos.

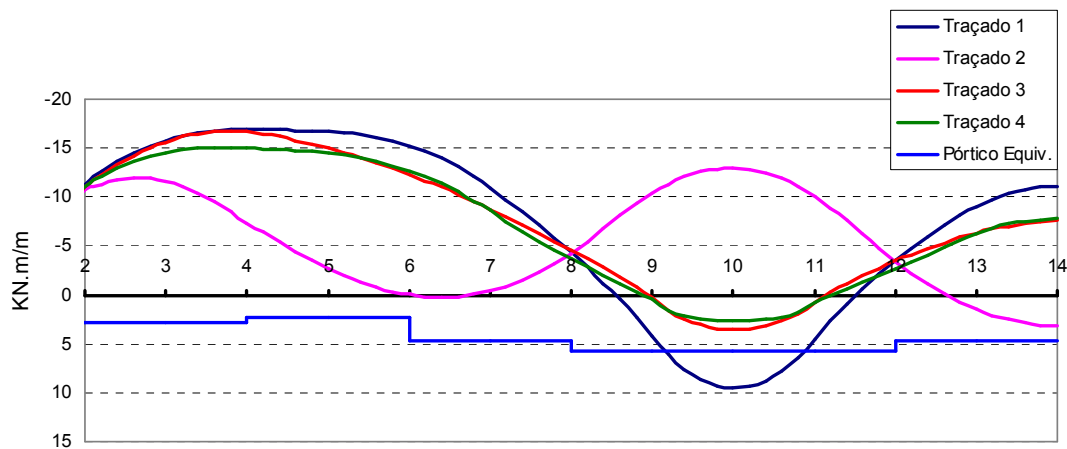


Figura 101 - Momentos em serviço dos traçados para a seção E-E do pavimento sem balanço e com vigas

No pavimento com vigas surgem momentos totalmente inversos àqueles distribuídos pelo pórtico equivalente e também ao pavimento sem vigas, cujos valores são menores nas regiões extremas, mas maiores nas regiões dos alinhamentos dos pilares internos.

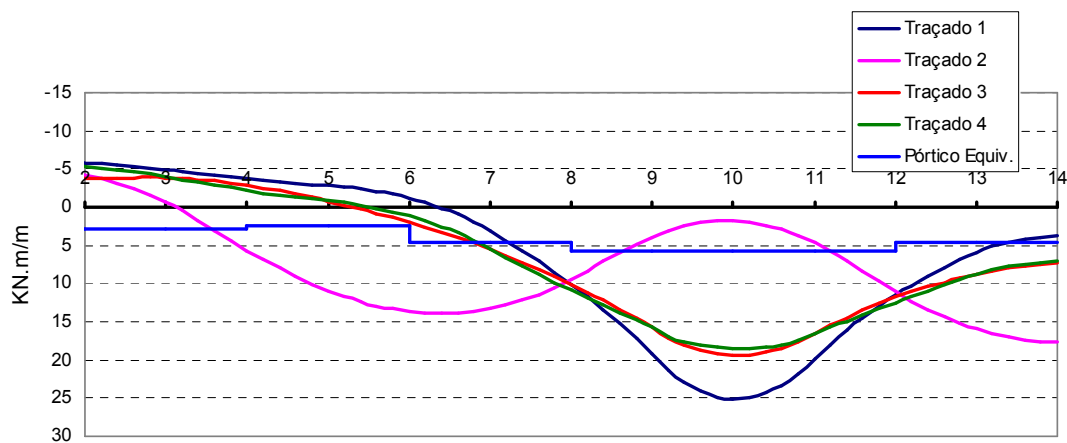


Figura 102 - Momentos em serviço dos traçados para a seção E-E do pavimento sem balanço e sem vigas

Dependendo dos traçados e de suas intensidades, pode-se ter inversões de regiões tracionadas na estrutura, o que poderia ocasionar um posicionamento errôneo das armaduras, para absorção destes esforços, utilizando o método do pórtico equivalente.

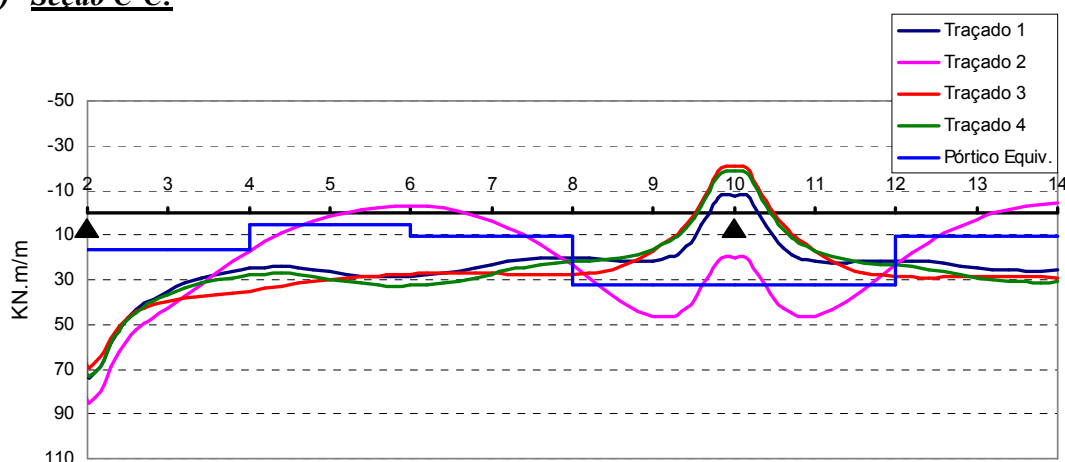
c) Seção C-C:

Figura 103 - Momentos no ato da protensão dos traçados para a seção C-C do pavimento sem balanço e com vigas

Na seção C-C, que corresponde à região dos apoios, os momentos gerados pelo traçado 2 do modelo numérico se aproximam dos momentos distribuídos encontrados pelo pórtico equivalente. Já, para os demais traçados estes momentos distribuídos pelo pórtico equivalente não fornecem bons resultados para a utilização no ato da protensão, em comparação aos obtidos pelo MEF.

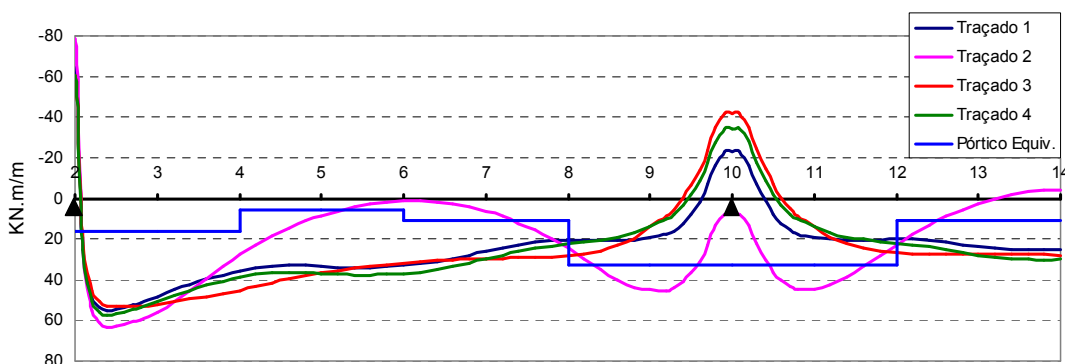


Figura 104 - Momentos no ato da protensão dos traçados para a seção C-C do pavimento sem balanço e sem vigas

Tanto para o pavimento com vigas e sem vigas, os resultados obtidos foram semelhantes, mas em proporções menores em todas as regiões.

Os momentos em serviço (*Figura 105*) obtidos pelo pórtico equivalente foram contrários aos encontrados pelo modelo numérico, exceto na região dos pilares internos, sendo que os valores são menores. Estes gráficos mostram perfeitamente a incompatibilidade do pórtico equivalente dependendo da escolha do traçado em planta dos cabos.

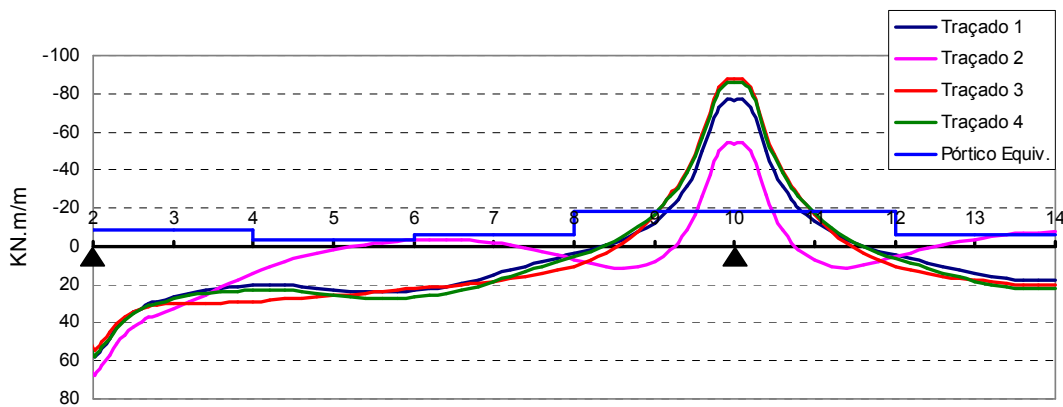


Figura 105 - Momentos em serviço dos traçados de cabos para a seção C-C do pavimento sem balanço e com vigas

De uma forma geral, pode-se dizer também que os momentos em serviço se comportam de forma parecida com os momentos no ato da protensão, onde os momentos distribuídos obtidos pelo pórtico equivalente deferem dos momentos obtidos pelo modelo numérico, independentemente do traçado.

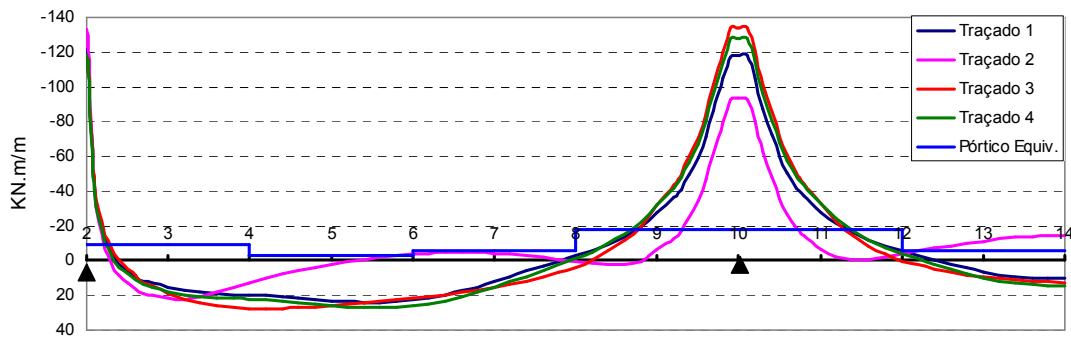


Figura 106 - Momentos em serviço dos traçados de cabos para a seção C-C do pavimento sem balanço e sem vigas

d) Seção G-G

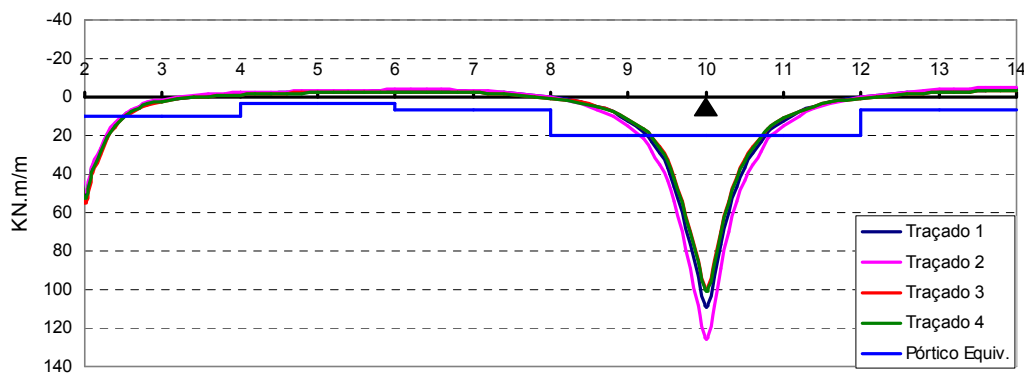


Figura 107 - Momentos no ato da protensão dos traçados para a seção G-G do pavimento sem balanço e com vigas

Os momentos no ato da protensão gerados pelos traçados escolhidos, foram incompatíveis com os momentos distribuídos pelo pórtico equivalente na região dos apoios internos, próximos às extremidades do pavimento. Cabe destacar também, que o traçado 2 neste caso, também acompanhou o desempenho dos outros traçados.

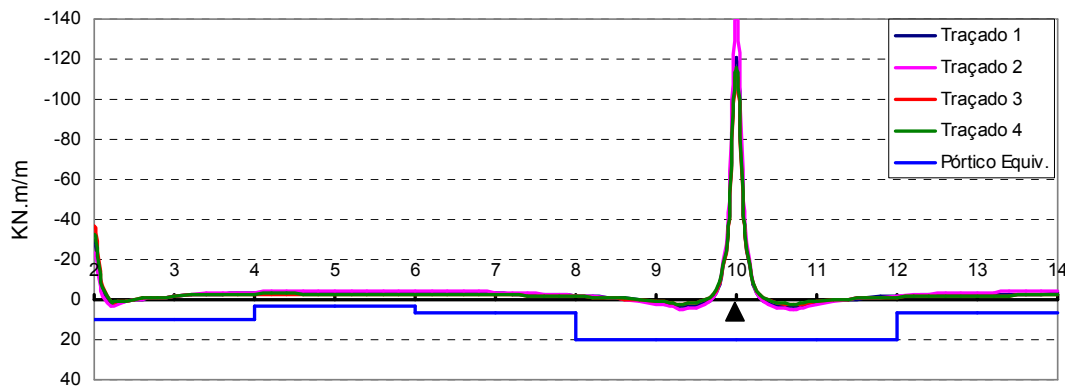


Figura 108 - Momentos no ato da protensão dos traçados para a seção G-G do pavimento sem balanço e sem vigas

No caso de pavimentos sem vigas nas bordas, estes momentos são completamente contrários aos encontrados pelo pórtico equivalente, tanto para momentos no ato da protensão como para momentos em serviço (Figura 109 e 110).

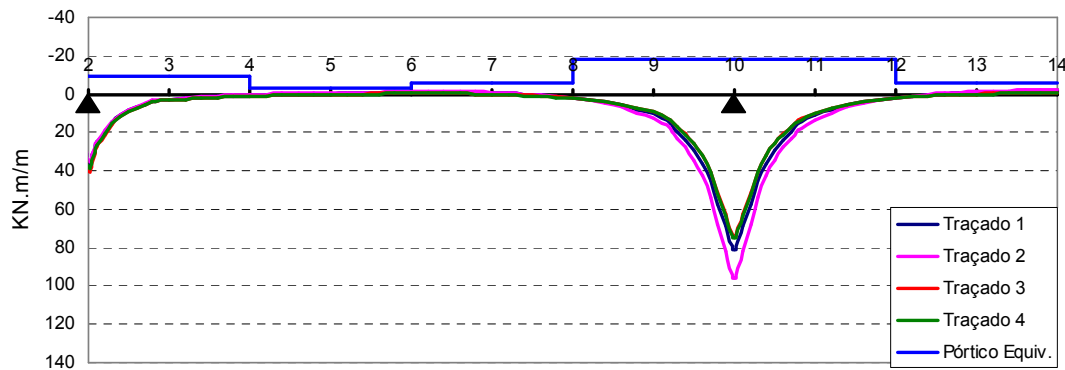


Figura 109 - Momentos em serviço dos traçados para a seção G-G do pavimento sem balanço e com viga

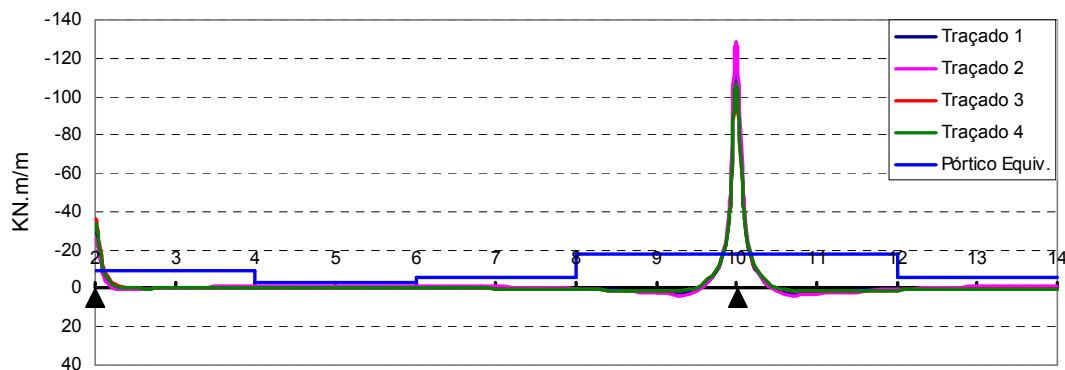


Figura 110 - Momentos em serviço dos traçados para a seção G-G do pavimento sem balanço e sem viga

A região mais crítica corresponde à região dos apoios mais internos, onde observam-se momentos muito elevados em relação ao pórtico equivalente, sendo completamente insuficientes para uma análise nos estados limites.

6.2.6 Traçado dos cabos em planta para o pavimento com balanço

A mesma avaliação de traçados para o pavimento sem balanço foi feita para o pavimento com balanço, onde a quantidade e distribuição das cordoalhas foram obtidas da análise do pórtico equivalente.

Os traçados seguiram os mesmos princípios que os analisados no pavimento sem balanço, concentrando e distribuindo as cordoalhas em diferentes regiões do pavimento.

1) Alternativa de traçado 1:

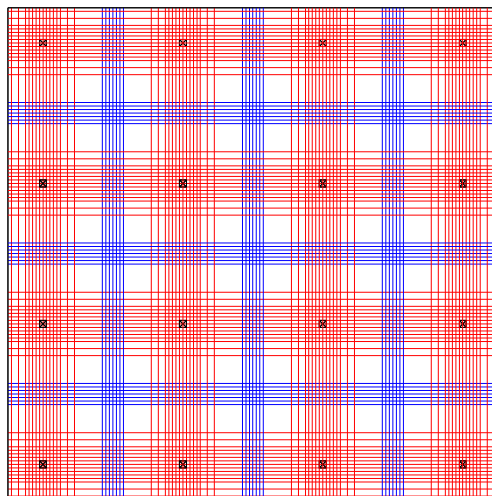


Figura 111 - Alternativa de traçado 1 dos cabos no pavimento com balanço

Para este traçado foram considerados a mesma quantidade de cordoalhas encontradas pelo pórtico equivalente (24 cordoalhas) e distribuídos 70% (17 cordoalhas) na região dos apoios e 30% (7 cordoalhas) na região do vão. A distribuição deu-se em ambas direções do pavimento com balanço.

2) Alternativa de traçado 2:

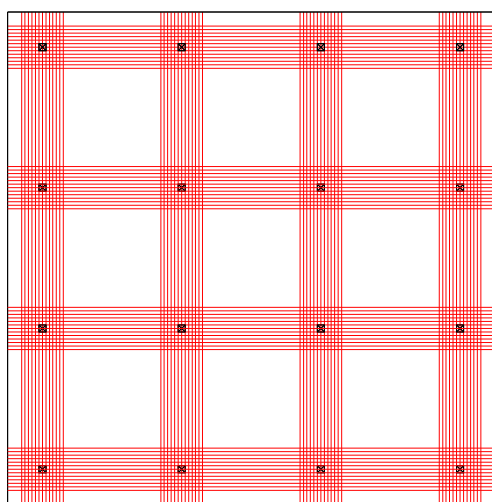


Figura 112 - Alternativa de traçado 2 dos cabos no pavimento com balanço

No traçado 2 foi arbitrado que todas as 24 cordoalhas passariam somente na região dos apoios buscando concentrar toda a protensão nessa região. Isso vale também para a outra direção do pavimento com balanço.

3) Alternativa de traçado 3:

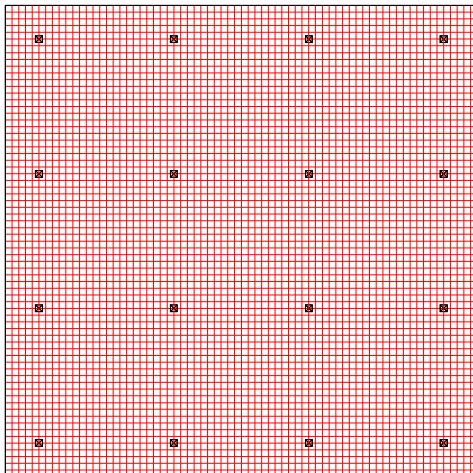


Figura 113 - Alternativa de traçado 3 dos cabos no pavimento com balanço

Admitiu-se para este traçado uma distribuição uniforme em toda a laje, sem concentrar as cordoalhas em regiões e assim, simplesmente distribuí-las.

4) Alternativa de traçado 4:

Para o traçado da alternativa 4, foram pegos os traçados de cordoalhas da alternativa 1 na direção “y” do pavimento e para a direção “x” os traçados da alternativa 3. Ou seja, numa direção concentrando as cordoalhas nas regiões dos apoios e dos vãos, e na outra distribuídas e espaçadas igualmente.

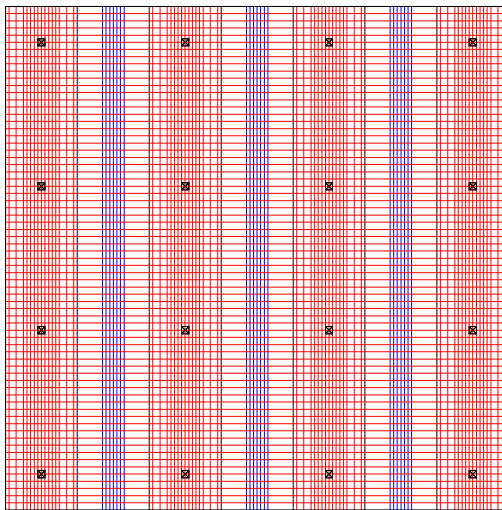


Figura 114 - Alternativa de traçado 4 dos cabos no pavimento com balanço

6.2.7 Diagrama de momentos fletores para os traçados de cabos, para o pavimento com balanço.

Para avaliação global dos traçados e de seus efeitos, foram desenhados os momentos fletores do pavimento para cada alternativa em situações de serviço e também no ato da protensão. Estes diagramas gerados foram comparados com os momentos distribuídos pelo pórtico equivalente para as mesmas situações citadas anteriormente.

a) Seção A-A

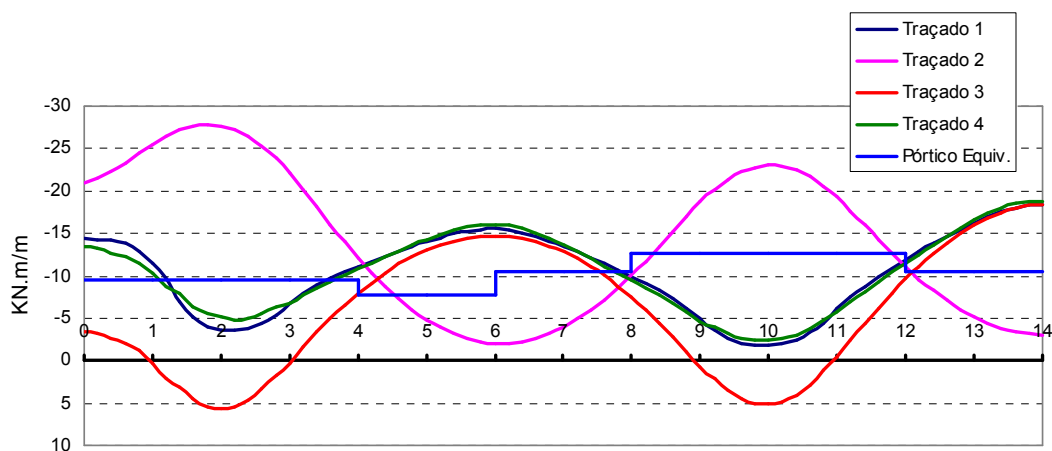


Figura 115 - Momentos no ato da protensão dos traçados para a seção A-A do pavimento com balanço

Observando-se os momentos dos traçados escolhidos, se percebe que o traçado 2 se comporta diferentemente das demais alternativas, da mesma forma que acontecia no pavimento sem balanço. O traçado 3 chegou a gerar momentos positivos nas regiões dos alinhamentos dos pilares, enquanto que os outros traçados forneceram momentos negativos para a mesma região.

Avaliando-se os momentos distribuídos pelo pórtico equivalente em relação aos traçados escolhidos, pode-se dizer que o traçado 2 segue a mais a tendência do pórtico equivalente e que os demais tendem a ser contrários em termos de momentos.

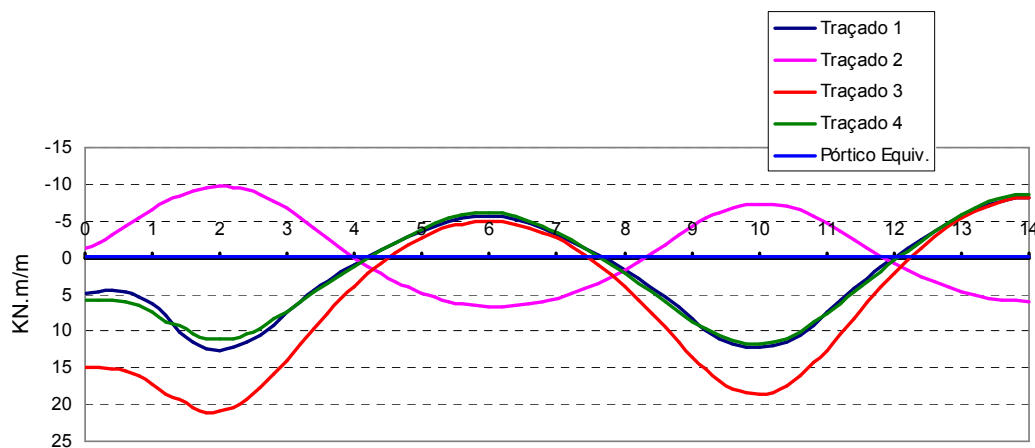


Figura 116 - Momentos em serviço dos traçados para a seção A-A do pavimento com balanço

Em relação aos momentos em serviço para a seção do vão mais central, os momentos distribuídos são totalmente contrários aos gerados pelos traçados, exceto o traçado 2, mas mesmo assim, de valores completamente insuficientes para utilização numa análise. Os momentos distribuídos deram praticamente nulos em todos os trechos da seção.

b) Seção E-E

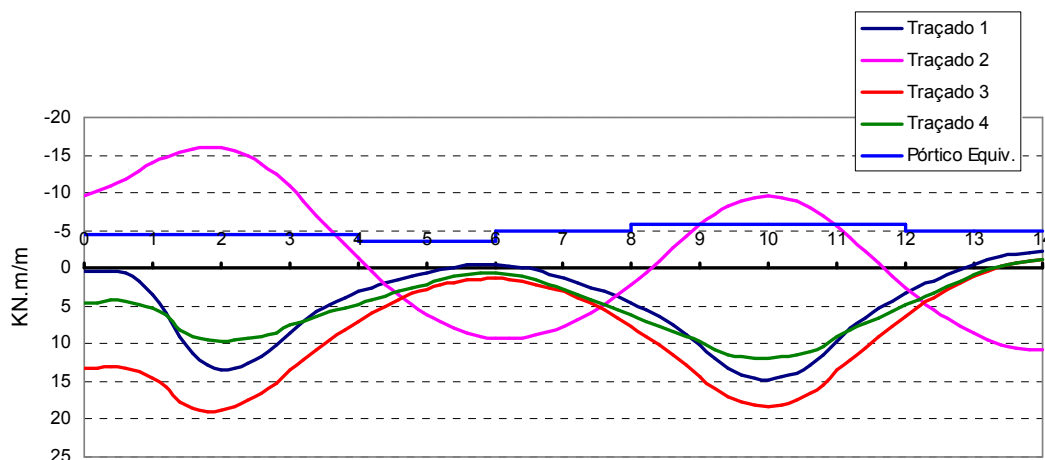


Figura 117 - Momentos no ato da protensão dos traçados para a seção E-E do pavimento com balanço

Para vãos mais extremos, o traçado 2 gerou momentos no ato da protensão compatíveis com às distribuídas pelo pórtico equivalente somente nos alinhamentos dos pilares, pois para o vão entre apoios, os momentos gerados foram contrários aos encontrados pelo pórtico equivalente. Para os demais traçados o pórtico equivalente não fornece valores bons.

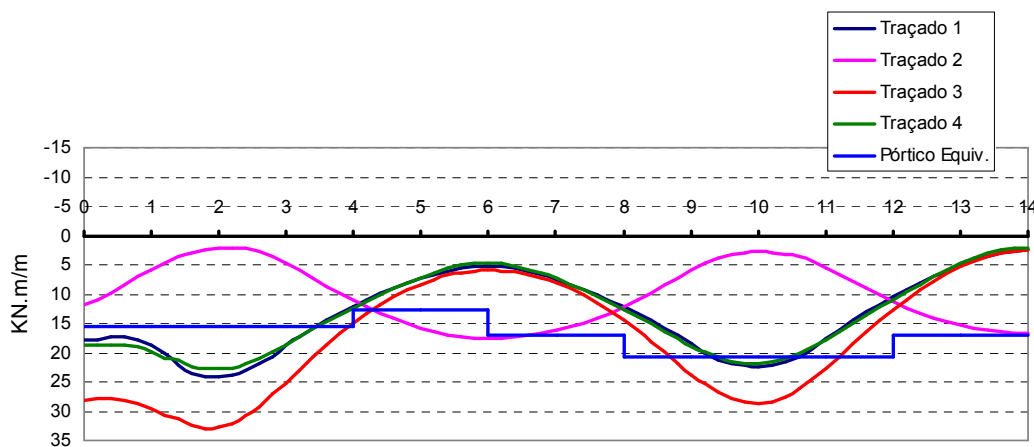


Figura 118 - Momentos em serviço dos traçados para a seção E-E do pavimento com balanço

Para as regiões dos alinhamentos de pilares internos o pórtico equivalente se comporta bem para os momentos distribuídos em serviço, mas para as regiões extremas do pavimento, estes momentos distribuídos são insuficientes se comparados aos resultados obtidos pelo MEF para diferentes traçados.

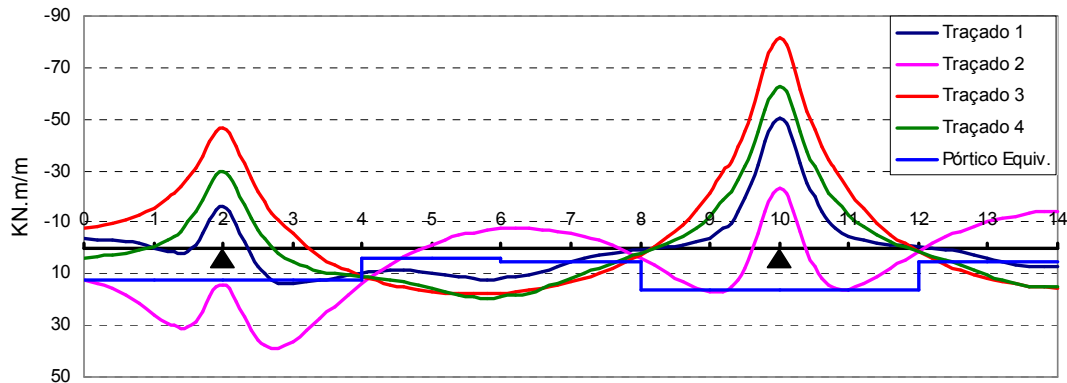
c) Seção C-C

Figura 119 - Momentos no ato da protensão dos traçados para a seção C-C do pavimento com balanço

Os momentos distribuídos obtidos pelo pórtico equivalente são insuficientes para análise dos estados limites no ato da protensão, podendo-se observar nos diagramas acima, que os momentos gerados pelos traçados são contrários aos distribuídos pelo pórtico equivalente. Cabendo ressaltar que na região do apoio extremo, o traçado 2 apresenta valores compatíveis com aqueles distribuídos no ato da protensão.

Em serviço, momentos distribuídos pelo pórtico equivalente são compatíveis com os traçados, devendo-se prestar bastante atenção nas regiões entre apoios, onde são gerados dependendo da intensidade da protensão, valores contrários ao do pórtico equivalente.

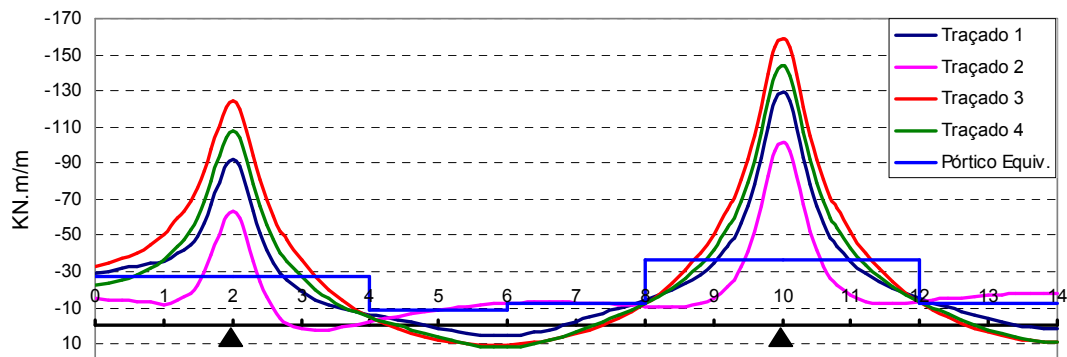


Figura 120 - Momentos em serviço dos traçados para a seção C-C do pavimento com balanço

d) Seção G-G

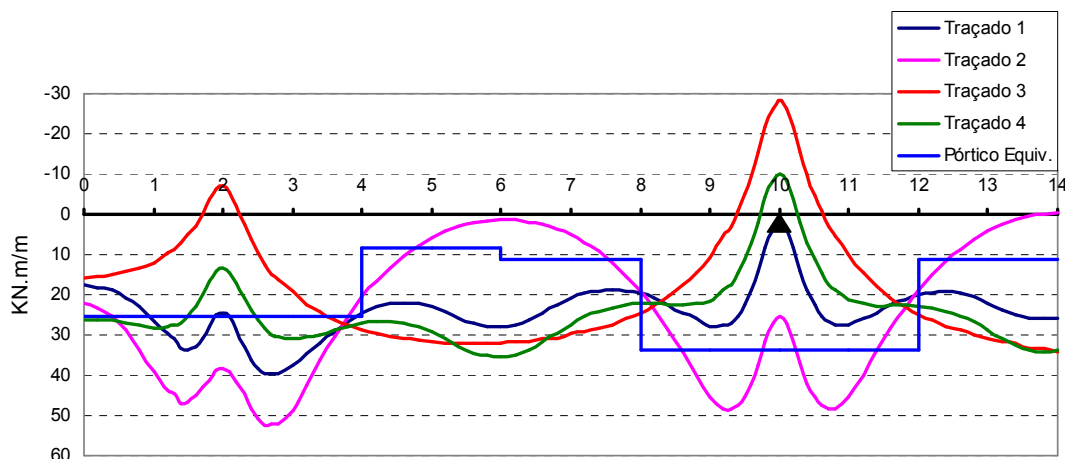


Figura 121 - Momentos no ato da protensão dos traçados para a seção G-G do pavimento com balanço

Para o traçado 2, o pórtico equivalente fornece momentos distribuídos bons, mas para os outros traçados geram momentos insuficientes para uma análise mais detalhada dos estados limites, quando se trata de seções próximas aos extremos do pavimento e para o caso do ato da protensão.

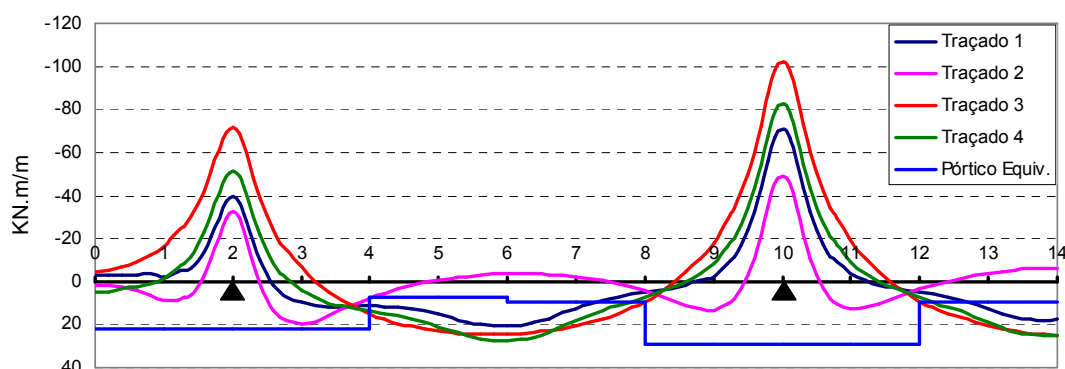


Figura 122 - Momentos em serviço dos traçados para a seção G-G do pavimento com balanço

Para as regiões próximas dos extremos do pavimento, os momentos distribuídos também são incompatíveis em relação aos momentos dos traçados escolhidos, tendo-se que recorrer a modelos melhores para sua análise.

6.3 ANÁLISE DO MIOLO PADRÃO

Foi modelada e analisada também uma região central do pavimento, que foi chamada de “Miolo Padrão”, onde todas as dimensões, carregamentos, elementos, etc são iguais para as duas direções. Com este modelo, pode-se ter noção dos momentos em ambas direções para uma mesma região.

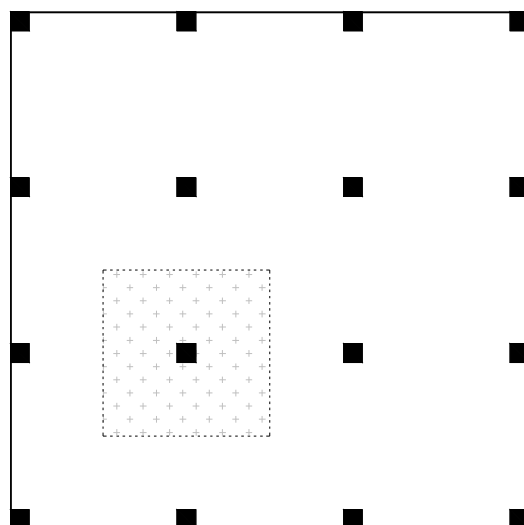


Figura 123 - Miolo padrão no pavimento

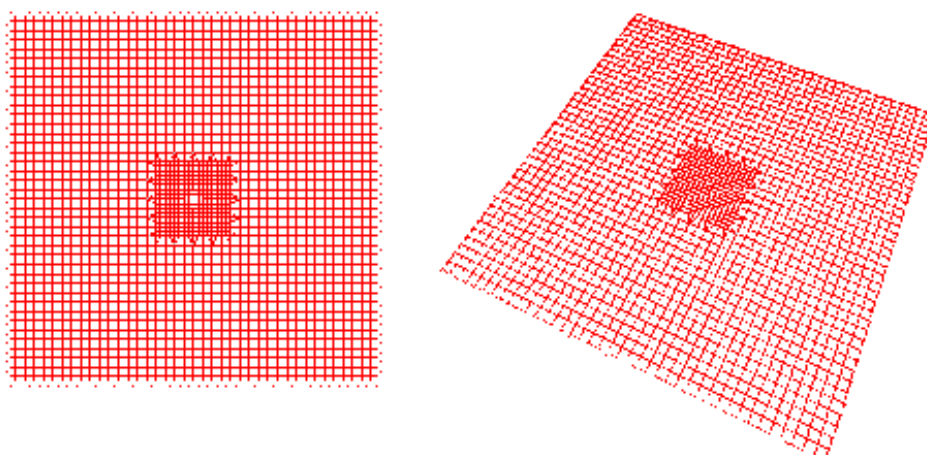


Figura 124 - Modelo do Miolo Padrão

Nas extremidades foram restringidas as translações em “x” e “y”, e também algumas rotações, de tal maneira que simulem o giro da peça a flexão. Foram fixadas também duas seções idênticas às utilizadas nos exemplos anteriores. A seção A-A que passa pelas extremidades do miolo e que faz divisa com os demais elementos do pavimento, e a seção C-C que passa pela região dos apoios.

Ainda para o modelo foi considerado o peso próprio da laje e o carregamento completo da laje sem a protensão. Para a seção A-A, o modelo do miolo padrão gerou momentos nas duas direções e que são mostrados na figura 125.

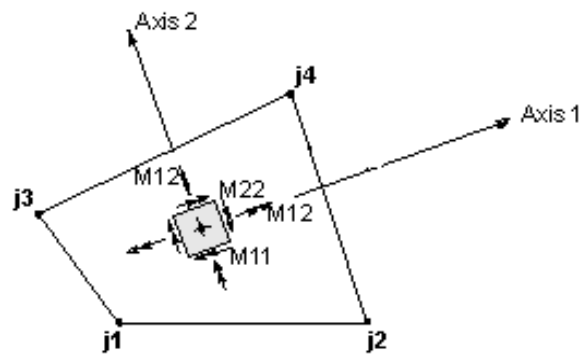


Figura 125 - Convenção de momentos no SAP 2000

Nesta figura M_{11} são momentos na direção “x” do pavimento, que fornecem armaduras na direção ortogonal, ou seja, na direção “y” do pavimento (eixos 1 e 2, respectivamente na figura), e momentos M_{22} , que são momentos na direção “y” que fornecem armaduras na direção “x” do pavimento.

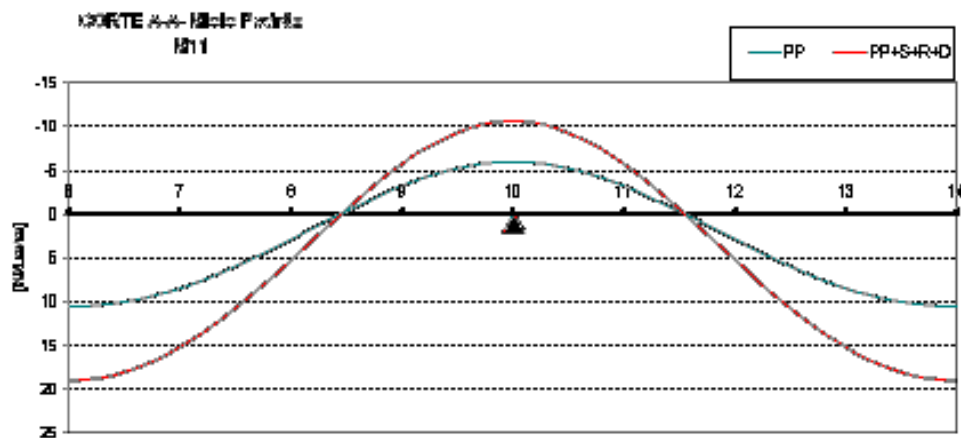


Figura 126 - Momentos M_{11} para a seção A-A do miolo padrão

Na região do alinhamento do pilar (ponto 10), os momentos gerados são negativos e para fora dessas regiões são positivos. Já, na outra direção são gerados momentos M_{22} na direção “x” positivos em toda a seção e contrários aos momentos M_{11} para a mesma região.

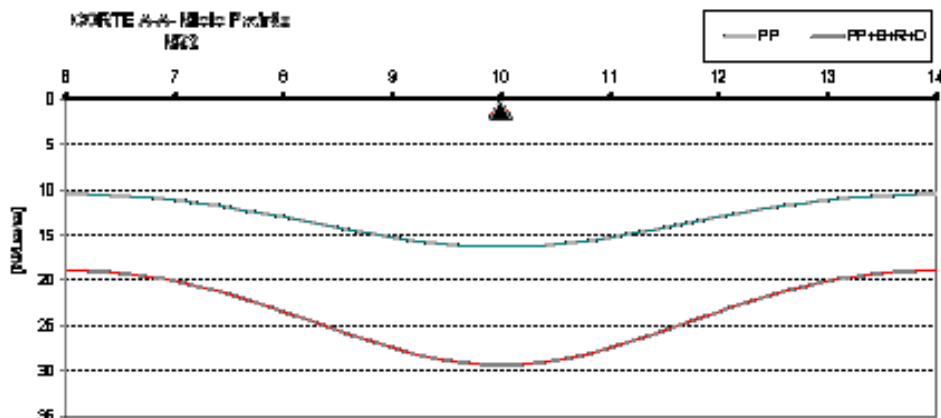


Figura 127 - Momentos M_{22} para a seção A-A do miolo padrão

Na seção C-C que corta a região dos pilares, os momentos M_{11} e M_{22} em cima do apoio são iguais. Para a direção “y” os momentos fora da região dos pilares tendem a ser positivos, mas para a direção “x” permanecem negativos, como pode-se observar nas figuras seguintes.

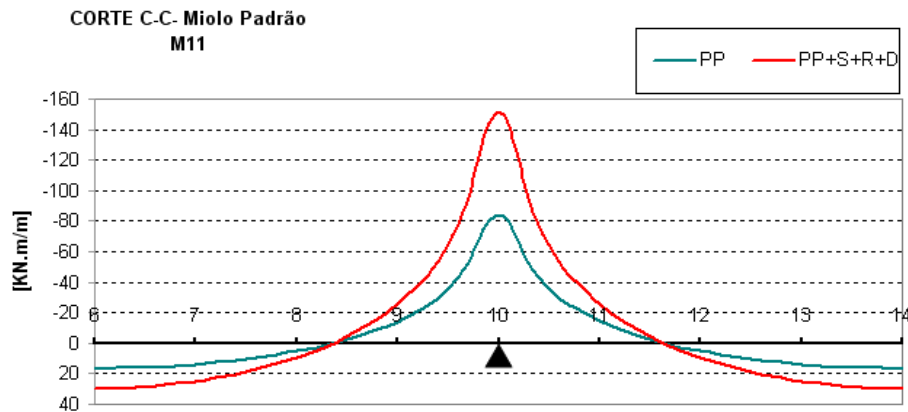


Figura 128 - Momentos M_{11} para a seção C-C do miolo padrão

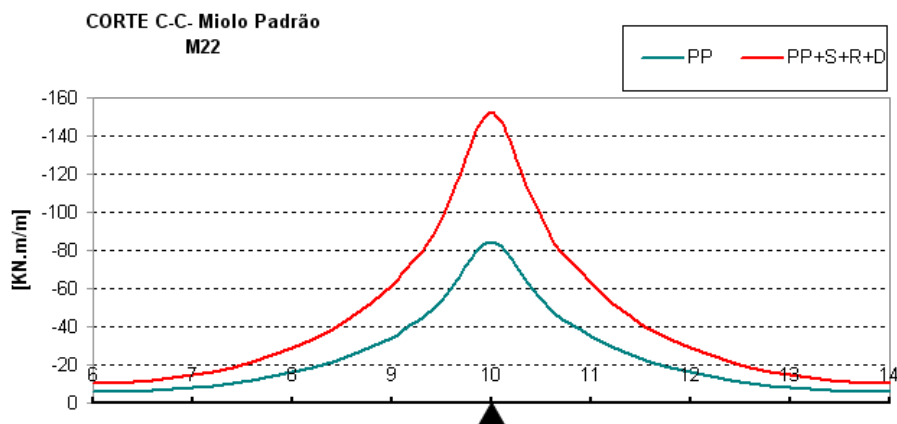


Figura 129 - Momentos M_{22} para a seção C-C do miolo padrão

Desta maneira, pode-se observar a necessidade de armadura nas duas faces da laje (*armadura dupla*) nas regiões dos vãos entre apoios, pois para uma direção existem esforços contrários à outra direção para um mesmo ponto.

Nas regiões dos apoios, quando se trata somente de concreto armado, a face superior da laje é a mais crítica, sofrendo elevadas tensões de tração, o que é ainda hoje, objeto de estudos.

7 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Alguns pontos importantes provenientes dos resultados obtidos nos vários exemplos realizados neste trabalho merecem ser destacados e reforçados por meio de resumo simplificado e direto.

A quantidade de cordoalhas utilizadas no pavimento sem balanço foi superior à utilizada no pavimento com balanço, isto porque a força de protensão necessária para equilibrar os carregamentos escolhidos foram superiores, influenciada também pelo traçado vertical dos cabos na estrutura. Conseqüentemente as cargas balanceadas efetivas são diferentes para esses pavimentos.

No processo do pórtico equivalente para o pavimento sem balanço, o carregamento equivalente da protensão no seu ato de aplicação gerou momentos satisfatórios na região dos apoios e também para os vãos mais extremos, diminuindo os esforços devido ao peso próprio da laje. Já para o vão mais interno, a protensão foi muito elevada, provocando uma inversão e aumento significativo de esforços (Figura 130).

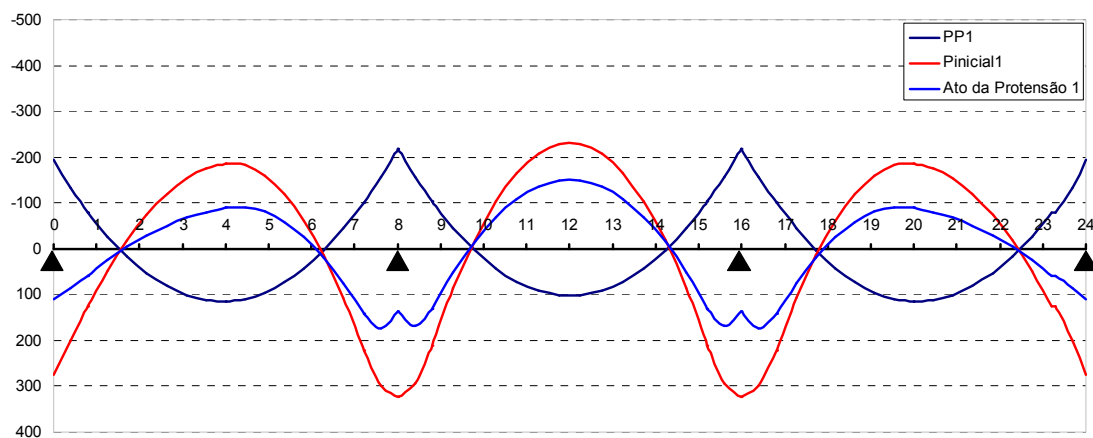


Figura 130 - Momentos no ato da protensão para o pórtico sem balanço

Para a estrutura em serviço do pavimento sem balanço, a quantidade de cabos utilizada assim como também seus traçados na vertical foram suficientes para diminuir praticamente pela metade os esforços devido aos carregamentos totais da estrutura, mas invertendo as regiões tracionadas e comprimidas, tanto para as faixas internas e externas do pavimento (Figura 31).

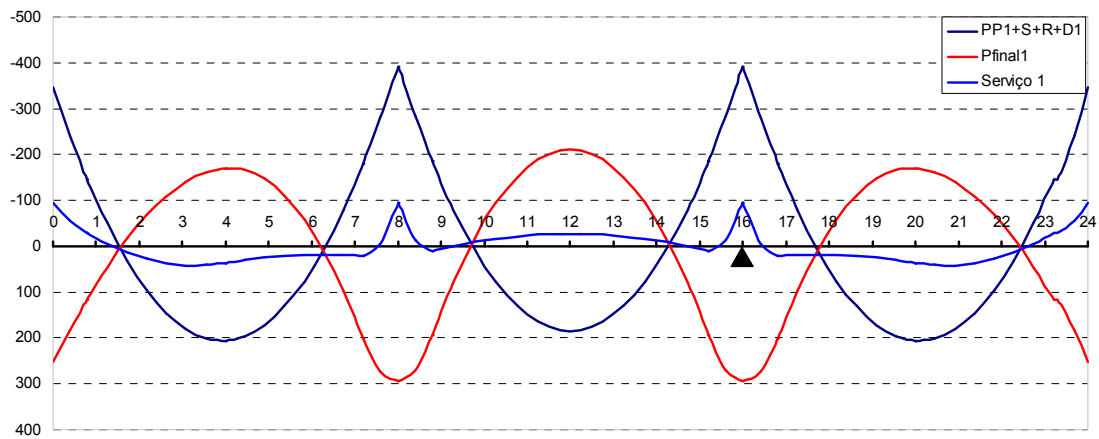


Figura 131 - Momentos em serviço para o pórtico sem balanço

No pavimento com balanço, os esforços gerados pela protensão inicial foram vantajosos apenas para as regiões dos apoios internos, pois para as regiões dos apoios externos, a protensão causou aumento significativo dos esforços, podendo-se desta maneira, diminuir sua força de protensão no seu ato de aplicação.

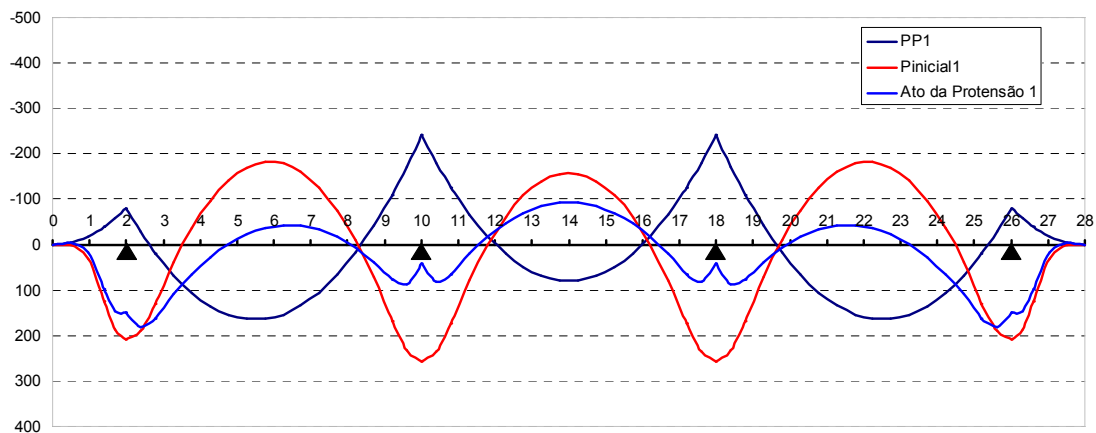


Figura 132 - Momentos no ato da protensão para o pórtico com balanço

Para o pórtico equivalente analisado na situação em serviço, a protensão aplicada foi suficiente para diminuir em forma satisfatória os esforços. Prestando atenção somente nas regiões dos apoios externos onde ocorrem inversões da face tracionada devido à protensão.

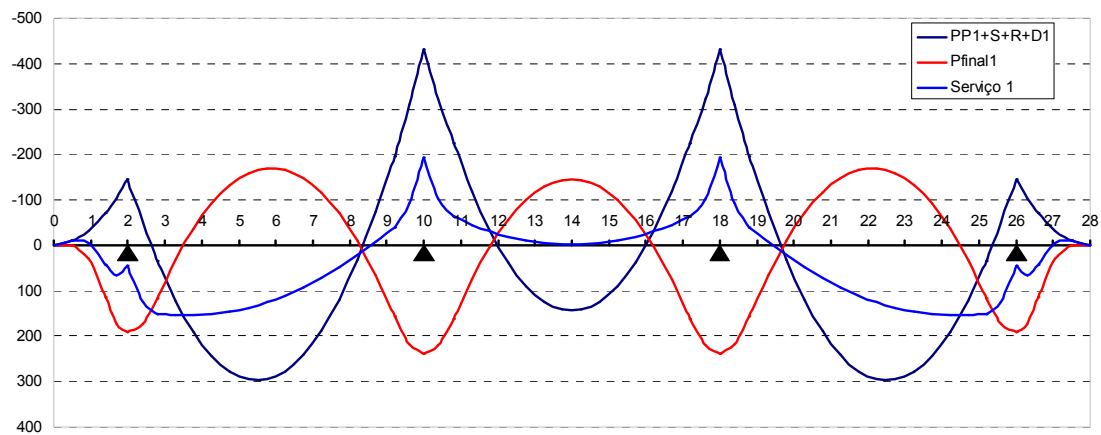


Figura 133 - Momentos em serviço para o pórtico com balanço

Os momentos distribuídos pelo pórtico equivalente dependem diretamente dos momentos máximos positivos e negativos na região dos apoios e na região dos vãos, devendo-se tomar bastante cuidado na obtenção dos mesmos, pois não necessariamente aconteceram nos pontos médios dos vãos, como é o caso da combinação em serviço da Figura 133.

Em relação ao modelo de elementos finitos escolhido para representar adequadamente os esforços na região dos apoios, foi adotado o modelo 4 que tem um comportamento parecido com o modelo 3, mas que distribui melhor os esforços nessa região. Os modelos 1 e 2 forneceram valores muito elevados para avaliação do pavimento (Figura 134)

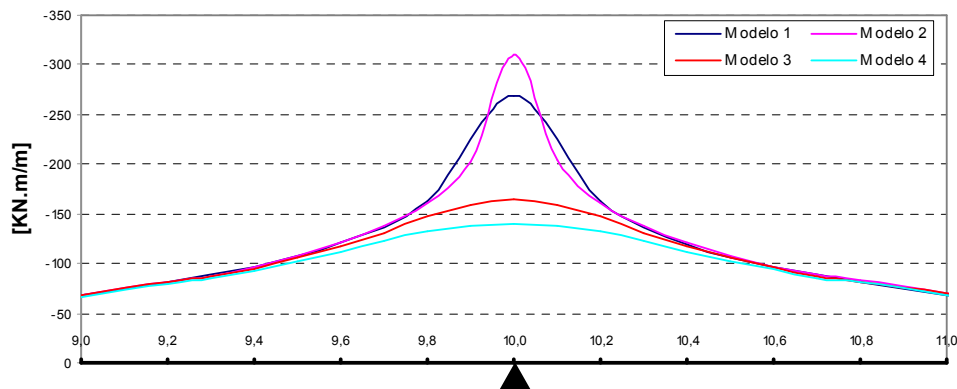


Figura 134 - Momentos ampliados na região dos apoios

Generalizando a comparação do pórtico equivalente e do modelo numérico para o carregamento completo sem a protensão, pode-se afirmar que para as regiões entre pilares o pórtico equivalente fornece resultados satisfatórios em relação ao MEF para apoios mais internos, mas para as partes extremas deve-se prestar bastante atenção porque de certa forma os valores encontrados são insuficientes para uma análise em serviço. Já para as regiões sobre os pilares o pórtico equivalente representa muito bem o comportamento da laje.

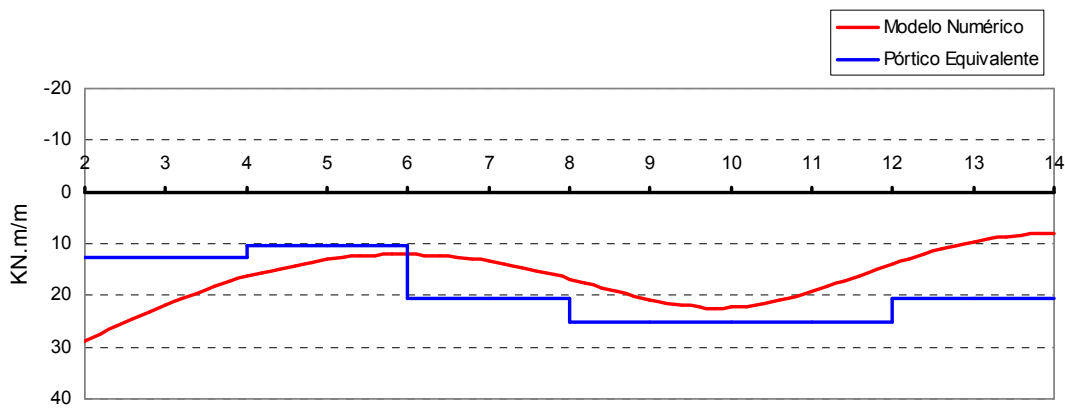


Figura 135 - Momentos fletores para uma seção entre pilares

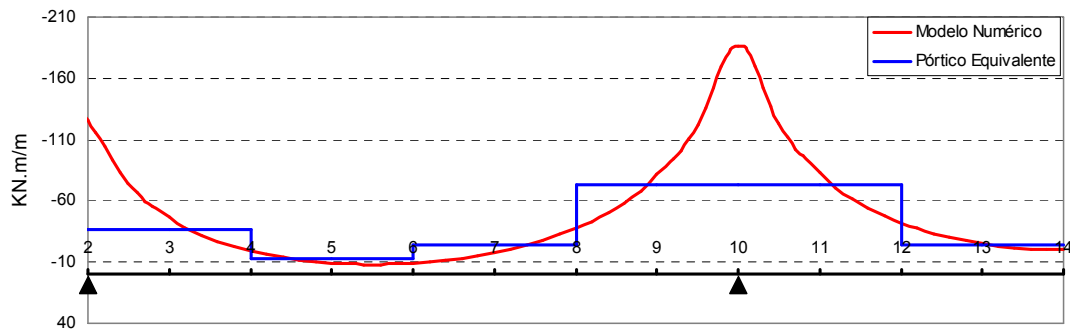


Figura 136 - Momentos fletores para uma seção sobre pilares

Contudo, devem-se observar bem os momentos, principalmente sobre os apoios, pois podem ser bons apenas para o ELU, mas para seu ELS insuficientes para uma avaliação da fissuração.

Analisados os traçados pode-se afirmar que o pórtico equivalente fornece resultados satisfatórios apenas quando os cabos são concentrados na região dos apoios. Pois quando existe uma distribuição desses cabos no pavimento em varias regiões, os resultados são muito diferentes, originando em certos casos, esforços contrários ao previsto, e que conseqüentemente leva a um dimensionamento errôneo da estrutura.

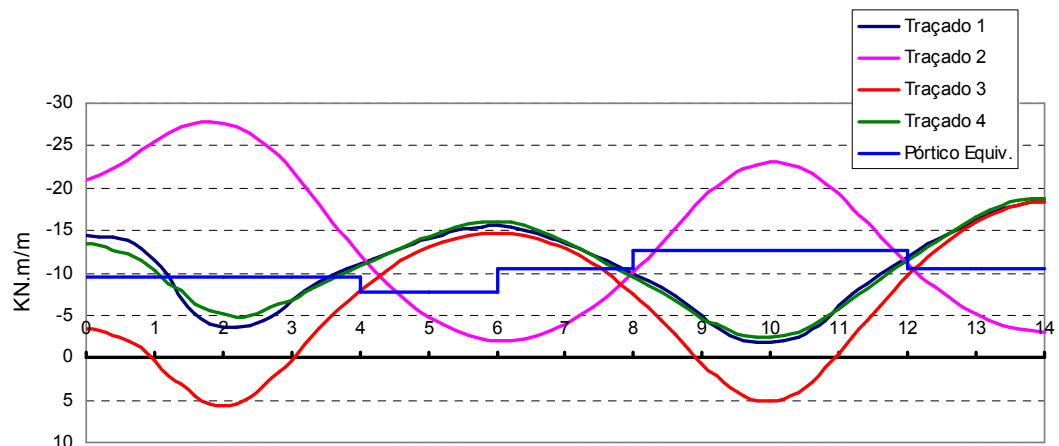


Figura 137 - Momentos fletores para as alternativas de traçado dos cabos

8 CONCLUSOES E RECOMENDAÇÕES

Portanto, pode-se afirmar que o processo do pórtico equivalente é bom quando se trata apenas de cabos concentrados nas regiões dos apoios e que mesmo assim podem fornecer “resultados insuficientes” para uma análise no estado limite em serviço da estrutura.

O pórtico equivalente não funciona bem para regiões em volta do pilar, pois os momentos máximos são bem maiores, podendo ser adequado para a verificação do ELU quando existe plastificação de toda a região.

Os momentos positivos gerados pelo pórtico equivalente, tanto para a faixa dos pilares quanto para a faixa intermediária, são representativos. Em relação aos negativos dos apoios, o pórtico equivalente representa bem em certos casos.

O pórtico equivalente não consegue representar bem as variações existentes nas extremidades do pavimento. Deve-se ter bastante atenção nessa região, pois requerem de uma análise adicional quando se concentram carregamentos nessa região, como por exemplo, cargas pontuais ou distribuídas no balanço.

Esperava-se neste trabalho, que o pórtico equivalente funcionasse melhor com cabos distribuídos no pavimento, o que provavelmente não aconteceu devido às inversões no cabo. O traçado dos cabos em planta influencia significativamente os esforços da estrutura, tendo que se avaliar por um método mais refinado como ao modelo numérico dos elementos finitos ou analogia de grelhas.

Em fim, para que este estudo pudesse dar continuidade a esta linha de pesquisa, sugerem-se alguns pontos em destaque:

- A modelagem dos pilares internos no pórtico equivalente, como barras ou molas, obtendo-se diminuição dos momentos na laje devido às descontinuidades ocasionadas pela absorção de esforços dos apoios.
- O efeito de modelagens alternativas do pilar como elemento sólido no modelo numérico de elementos finitos e também o lançamento dos cabos como elementos da estrutura, através dos recursos que atualmente os modelos numéricos contêm.
- Um estudo comparativo também das lajes protendidas pela Analogia de Grelha, onde a principio tentou-se fazer com a ajuda de programas comerciais de lajes protendidas.

- Dimensionamento no estado limite último e de serviço para protensão Completa, Limitada e Parcial dos exemplos expostos no trabalho. Assim também como o uso de cabos ou cordoalhas ancoradas dentro do pavimento, para um melhor desempenho da estrutura.
- Cálculo das perdas imediatas e ao longo da vida útil da estrutura, para uma avaliação mais detalhada do assunto.

Finalmente, o trabalho trouxe noções detalhadas sobre a utilização do pórtico equivalente no dimensionamento da laje protendida, através dos critérios apresentados por normas e recomendações do âmbito técnico da engenharia de estruturas.

Deve-se prestar bastante atenção nos momentos distribuídos nas seções próximas às extremidades do pavimento, pois podem ser inadequados também para o estado limite ultimo da estrutura, além do estado limite em serviço.

9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AALAMI, B.O. **Load Balancing: A comprehensive solution to post-tensioning**. ACI Structural Journal, Title n° 87-S68, USA, 1999.

AALAMI, B.O. **Design Fundamentals of post-tensioned concrete floors**. Post-tensioning Institute, First edition, April, 1999.

ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto**, 2001.

ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR 7197 – Projeto de Estruturas de Concreto Protendido**, 1987.

ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR 7187 – Projeto e execução de Pontes em Concreto Armado e Protendido**, 2001.

ACI 318, **Building Code Requirements for Strutural Concrete**. Commitee 318, Detroit-USA, 1995.

ACI 423, **Recommendations for Concrete Members Prestressed with Unbounded Tendons**. Commitee 423, Detroit-USA, 1983.

ALMEIDA FILHO, F.M. **Estruturas de pisos de edificios com a utilização de cordoalhas engraxadas**. Dissertação de mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos / SP, 2002.

CAMPUS, A.D. **Influência da Protensão na Carga dos Pilares**. TQS News n°16, 2002.

COMPUTERS and STRUCTURES, Inc. **SAP 2000 PLUS – Integrated Structural Analysis and Design Software**. Version 6.1, 1998.

CORRÊA, G. S.; MELO G. S.; MARTINS P. C. **Comportamento ao puncionamento em lajes cogumelo protendidas com cabos não aderentes**. Anais 43º Congresso Brasileiro do Concreto, IBRACON, Anais, 2001.

DINIZ, J.Z.F. **Manual para Cálculo de Concreto Armado e Concreto Protendido..[s.l.]**. Siderúrgica Belgo-Mineira, 1970.

DUARTE, E.P. **Manual de Cálculo de Lajes Planas Protendidas**. MAC Protensão, 1995.

EMERICK, A.A. **Projeto e Execução de Lajes Protendidas**. Ed. 2003, Brasília, 2001.

HENNRICHS, C.A. **Estudos sobre a modelagem de lajes planas**. Dissertação de mestrado, PPGEC-UFSC, Florianópolis / SC, 2002.

IMPACTO PROTENSÃO. **Manual de Procedimentos de Campo para Execução de Estruturas com protensão em mono-cordoalha não-aderente**. Fortaleza, 1998.

LACERDA, I.G. **Diretrizes para a reutilização de ancoragem ativa em lajes de edificações verticais de múltiplo uso e/ou pisos industriais protendidos**. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Paraná, Curitiba / PR, 2007.

LA ROVERE, H.L. **Utilização do Método dos Elementos Finitos em Projetos de Estrutura**. Apostila, PPGEC-UFSC, 2004.

LIN, T.Y. **Design on Prestressed Concrete Structures**. 2ª Ed. New York - USA, 1963.

LEONHARDT, F. **Hormigón Pretensado**. Livros, Madrid, 1967.

LORIGGIO, D.D. **Placas e lajes de concreto armado**. Notas de aula, PPGEC-UFSC, 2005.

LORIGGIO, D.D. **Concreto Protendido**. Notas de aula, PPGEC-UFSC, 2004.

MANUAL, **Recommendations for the design of flat slabs in post-tensioned concrete (using unbonded and bonded tendons)**. Federation Internationale de la Précontrainte, 1980.

MELLO, A.L. **Calculo de lajes lisas com protensão parcial e limitada**. Dissertação de mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos / SP, 2005.

PAMPLONA, P.C.S.J; STRAMANDINOLI. J.S.B. **Lajes Protendidas**. Trabalho de avaliação da disciplina Placas e Lajes de concreto, PPGEC-UFSC, Florianópolis / SC, 2002.

PFEIL, W. **Concreto Protendido: Processos construtivos, perdas de protensão**. 2ª ed. Rio de Janeiro: Livros técnicos e científicos. Editora S.A, 1983.

REVISTA TECHNE. **Escolha a Protensão**. Edição nº 76, Editora PINI, 2004.

SILVA, R. L. **Projetos de lajes maciças protendidas de edifícios**. Dissertação de mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 1998.

SOUZA, V.C.M; CUNHA, A.S.P. **Lajes em Concreto Armado e Protendido**. 2ª Ed. Rio de Janeiro, 1998.

THIESEN, J.R. **Representação da Protensão por Carregamentos Equivalentes**. Dissertação de mestrado, PPGECC-UFSC, Florianópolis / SC, 2001.

THÜRLIMANN, B. **Plastic Analysis of Reinforced Concrete Beams**. IABSE COLLOQUIUM ON PLASTICITY IN REINFORCED CONCRETE, Copenhagen, 1979. Introductory Report. Copenhagen: International Association for Bridge and Structural Engineering, v. 28, 1979.

VERÍSSIMO, G.S; CÉSAR Jr, K.L.M. **Concreto Protendido – Fundamentos Básicos**. Universidade Federal de Viçosa, 1998.